

1. Dan je linearni program

$$\begin{aligned} \min \quad & 9x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 \\ & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ & 3x_1 - x_2 + 2x_4 \geq 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0, x_4 \leq 0. \end{aligned}$$

(a) S pomočjo duala poišči optimalno vrednost  $z^*$  zgornjega programa.

(b) Preko dualnega dopolnjevanja določi optimalno rešitev  $x^*$ .

2. Dan je linearni program

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 3x_2 - x_3 \\ & x_1 - x_2 - x_3 \leq 3 \\ & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 18 \\ & x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 4 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

(a) Zapiši dualni program.

(b) Ali je  $x_1 = 7, x_2 = 1, x_3 = 3$  optimalna rešitev? Pomagaj si z dualnim dopolnjevanjem:

- i. preveri, ali je  $(x_1, x_2, x_3)$  dopustna rešitev
- ii. tam, kjer omejitve niso dosežene, spremenljivke dualnega problema nastavi na 0
- iii. za vse spremenljivke  $x_i$ , različne od 0, nastavi enačbo med spremenljivkami dualnega problema.
- iv. reši dobljene enačbe
- v. preveri, ali je dobljena rešitev dopustna.

3. Dan je linearni program

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + x_2 \\ & -2x_1 - x_2 \leq -1 \\ & x_1 - x_2 \leq 3 \\ & 4x_1 + x_2 \leq 17 \\ & x_2 \leq 5 \\ & -x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

(a) Zapiši dualni program.

(b) Ali je  $x_1 = 3, x_2 = 5$  optimalna rešitev? Kaj pa  $x_1 = 4, x_2 = 1$ ?

4. Dan je linearni program

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 - 2x_2 \\ & -x_1 + x_2 \leq 2 \\ & x_1 + x_3 = 3 \\ & 2x_1 + x_2 \geq 1 \\ & 2x_1 - 6x_2 \leq 15 \\ & x_1, x_3 \geq 0, \ x_2 \text{ free.} \end{aligned}$$

(a) Brez pretvorbe na standardno obliko zapiši dualni program.

(b) Ali je  $x_1 = 3, x_2 = -\frac{3}{2}, x_3 = 0$  optimalna rešitev? Kaj pa  $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -2, x_3 = \frac{3}{2}$ ?

5. V mizarski delavnici izdelujejo stole, mize in omare. Proizvodni proces ima dve fazi: struženje in lakiranje. Stol stružijo 20 minut, lakirajo 6 minut, dobiček pri enem prodanem stolu pa je 200 evrov. Mizo stružijo 30 minut, lakirajo 12 minut, z njo pa zaslužijo 500 evrov. Omare ne stružijo, lakirajo jo pol ure, z njo pa zaslužijo 800 evrov.

Koliko posameznih izdelkov naj izdelajo, da bodo imeli največji možen dobiček, če je čas struženja omejen s 120 urami, čas lakiranja pa je največ 150 ur? Zapiši dualni program, poišči optimalno rešitev ter razmisli o ekonomskem pomenu dualnih spremenljivk.