

Uvod v geometrijsko topologijo

Sašo Strle

Vsebina in cilji predmeta:

Začetni del predmeta je namenjen eni najpomembnejših konstrukcij topoloških prostorov – *kvocientnim prostorom*. Kvocientni prostor nastane iz danega prostora z identifikacijo (»lepljenjem«) nekaterih točk tega prostora; pri tem v nastalem prostoru proglasimo za bližnje vse točke, ki so si bile blizu v prvotnem prostoru. Pomemben primer uporabe te konstrukcije so *ploskve* (na sliki sta prikazana torus in Möbiusov trak) in razumevanje teh je eden od pomembnih ciljev predmeta.



Naslednji sklop rezultatov je posvečen lastnostim podmnožic *evklidskih prostorov* $\mathbb{R}^n$ – to so prostori n -teric realnih števil, opremljeni z običajno razdaljo. *Brouwerjev izrek o negibni točki* zagotavlja obstoj negibne točke poljubne zvezne preslikave enotske krogle v $\mathbb{R}^n$ vase; v primeru $n = 1$ je krogla interval in rezultat sledi iz izreka o vmesni vrednosti, kot ste spoznali pri Analizi 1, že pri $n = 2$ pa trditev ni nazorno jasna in dokaz zahteva drugačne prijeme. Omenimo še *Jordanov izrek*, katerega trditev – da ravnina, ki jo prerežemo vzdolž enostavne sklenjene krivulje, razpade na natanko dva kosa – se zdi nazorno jasna.

Pot do prej omenjenega cilja – klasifikacije sklenjenih ploskev, katere namen je poiskati predstavnike homeomorfno razredov sklenjenih ploskev (primeri teh so sfera, torus, projektivna ravnina in Kleinova steklenica) – vodi preko teorije *mnogoterosti*, ki so »višjerazsežne ploskve«. Pri razlikovanju ploskev si bomo pomagali z *Eulerjevo karakteristiko*, ki je primer *topološke invariante*.

Povezanost z drugimi predmeti:

- Pogoj za opravljanje izpita (ne pa za opravljanje obveznosti med semestrom) je opravljen izpit iz predmeta Splošna topologija.
- Predmet ni pogoj za ostale predmete na 1. ali 2. stopnji študija matematike, bo pa znanje vsebin tega predmeta v pomoč študentom, ki bodo na 2. stopnji poslušali predmeta Algebraina topologija 1 in 2 ali predmete, ki obravnavajo gladke ploskve oziroma mnogoterosti (Analiza na mnogoterostih, Diferencialna geometrija, Liejeve grupe, Riemannove ploskve).

Izpitni režim:

- dva testa, vsak vreden 15 % ocene vaj;
- pisni izpit (vreden 70 % ocene vaj) in ustni izpit.

Literatura:

- J. Dugundji, *Topology*, Allyn and Bacon, Boston, 1966.
- J. Mrčun, *Topologija*, IPMR **44**, DMFA – založništvo, Ljubljana, 2008.
- J. Munkres, *Topology, a first course*, Prentice Hall, New Jersey, 1975.
- J. Smrekar in A. Vavpetič, *Rešene naloge iz geometrijske topologije*, UP **18**, DMFA – založništvo, Ljubljana, 2014.
- J. Vrabec, *Kvocientni prostori*, spletno gradivo, na voljo v Spletni učilnici predmeta.
- S. Strle, *Izbrane teme iz geometrijske topologije*, spletno gradivo, na voljo v Spletni učilnici predmeta.