

2. izpit iz Afine in projektivne geometrije

2. julij 2014

1. [20] Izometrija evklidskega prostora $\tau: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ je dana s predpisom

$$\tau(x, y, z) = \frac{1}{3}(x - 2y + 2z, -2x + y + 2z, 2x + 2y + z).$$

- (a) [10] Geometrično opiši izometrijo τ .
(b) [10] Poišči vse fiksne točke preslikave τ^{2014} .
2. [20] V afinem prostoru $\mathbb{R}^3$ so dane točke $A(4, 6, -2)$, $B(-2, 0, 4)$, $C(0, 4, 1)$ in premica p s parametrizacijo $\vec{r}(t) = (3, 2, 3) + t(2, 1, 1)$.

- (a) [10] Ugotovi, ali premica p seka trikotnik ABC .
(b) [10] Naj bo π ravnina, ki jo določajo točke A , B in C in naj bo $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ afina transformacija, ki je podana s predpisom

$$F(x, y, z) = (x + 2y + z + 1, y - 2, x + 2z + 3).$$

Pokaži, da je $F(\pi)$ ravnina v $\mathbb{R}^3$ in izračunaj njeno normalno enačbo.

3. [20] V končni projektivni ravnini $P(\mathbb{F}_5^3)$ so podane točke $A = [1 : 1 : 3]$, $B = [1 : 3 : 1]$, $C = [0 : 3 : 2]$ in premica $q = \{[x : y : z] \mid z = 0\}$.
- (a) [6] Pokaži, da točke A , B in C ležijo na isti premici, ki jo označimo s p . Nato poišči vse točke, ki ležijo na premici p .
(b) [6] Izračunaj dvorazmerje $\mathcal{D}(A, B, C, D)$, kjer je $D = [1 : 0 : 4]$.
(c) [8] Izračunaj, koliko je različnih projektivnosti s premice p na premico q .
4. [20] V realni projektivni ravnini $P(\mathbb{R}^3)$ definirajmo točke $A = [1 : 1 : 1]$, $B = [-1 : -1 : 1]$, $C = [2 : 1 : \sqrt{2}]$, $D = [-2 : -1 : \sqrt{2}]$ in $E = [9 : 1 : 3]$.
- (a) [12] Poišči enačbo stožnice $\mathcal{S}$, ki vsebuje točke A , B , C , D in E . Nato skiciraj njeno sliko na afinem delu projektivne ravnine glede na standardno vložitev afine ravnine v projektivno ravnino.
(b) [8] Izračunaj enačbi tangent na $\mathcal{S}$, ki potekata skozi točko $[0 : 0 : 1]$.