

3. izpit iz Afine in projektivne geometrije

10. september 2015

1. [20] Naj bo $\tau: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ rotacija za 90° v pozitivni smeri okoli točke $(1, -1)$.
 - (a) [10] Zapiši predpis za preslikavo τ .
 - (b) [10] Zapiši preslikavo τ kot kompozitum dveh zrcaljenj v ravnini.
2. [20] V afinem prostoru $\mathbb{R}^3$ so dane točke $A(1, 0, 2)$, $B(0, -3, 0)$, $C(2, 0, 1)$ in premica p s parametrizacijo $\vec{r}(t) = (2, -2, 0) + t(1, 1, 1)$.
 - (a) [10] Ugotovi, ali premica p seka trikotnik ABC .
 - (b) [10] Naj bo π ravnina, ki jo določajo točke A , B in C in naj bo $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ preslikava, ki je podana s predpisom

$$F(x, y, z) = (x + z + 1, x + y + 2, z - 1).$$

Pokaži, da je F afina transformacija, in nato izračunaj normalno enačbo ravnine $F(\pi)$.

3. [20] V projektivni ravnini $P(\mathbb{R}^3)$ je dana premica

$$p = \{[x : y : z] \mid 2x - y = 0\}$$

ter točki $A = [2 : 3 : 1]$ in $B = [2 : 1 : -1]$.

- (a) [5] Izračunaj enačbo premice q , ki poteka skozi točki A in B .
 - (b) [5] Poišči presečišče premic p in q .
 - (c) [10] Določi predpis za perspektivnost $\theta: p \rightarrow q$ s centrom $O = [2 : 0 : 1]$.
4. [20] V projektivni ravnini $P(\mathbb{R}^3)$ sta dani stožnici

$$\mathcal{S}_1 = \{[x : y : z] \mid 2x^2 + y^2 + z^2 + 4yz = 0\},$$

$$\mathcal{S}_2 = \{[x : y : z] \mid -x^2 + 2yz = 0\}.$$

- (a) [10] Poišči vse izrojene stožnice v šopu stožnic, ki ga določata $\mathcal{S}_1$ in $\mathcal{S}_2$.
 - (b) [10] Poišči tisto stožnico v danem šopu stožnic, ki vsebuje točko $[1 : 0 : 0]$.