

2. izpit iz Afine in projektivne geometrije

30. junij 2016

1. Naj bosta τ_1 in τ_2 rotaciji evklidske ravnine $\mathbb{R}^2$ za kot $\phi = \frac{\pi}{2}$ okoli točk $A(1, 0)$ in $B(-1, 0)$.
 - (a) [10] Zapiši predpisa za rotaciji τ_1 in τ_2 .
 - (b) [15] Geometrično opiši izometriji $\tau_2 \circ \tau_1$ in $\tau_2^{-1} \circ \tau_1$. Ali je grupa izometrij ravnine $\mathbb{R}^2$, ki jo generirata τ_1 in τ_2 , končna?
2. [25] V ravnini $\mathbb{R}^2$ je dan trikotnik z oglišči $A(0, 0)$, $B(1, 0)$ in $C(0, 1)$. Izračunaj predpise vseh afinih transformacij $\tau : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, ki preslikajo trikotnik ABC nazaj nase.
3. V projektivni ravnini $P(\mathbb{R}^3)$ je dana stožnica

$$\mathcal{S} = \{[x : y : z] \mid x^2 - 4xy + 5y^2 + 2xz - 6yz + z^2 = 0\}.$$

- (a) [15] Izračunaj enačbo tangente na $\mathcal{S}$, ki vsebuje točko $A = [4 : 2 : 1]$ in ne vsebuje točke $B = [0 : 2 : 1]$
- (b) [10] Naj bo $\theta : P(\mathbb{R}^3) \rightarrow P(\mathbb{R}^3)$ projektivnost, ki je dana s predpisom

$$\theta([x : y : z]) = [x - 2y + z : y - z : z].$$

Zapiši enačbo stožnice $\theta(\mathcal{S})$.

4. Naj bo $\theta : P(\mathbb{Z}_7^3) \rightarrow P(\mathbb{Z}_7^3)$ projektivnost, za katero je:

$$\theta([1 : 2 : 4]) = [1 : 2 : 4],$$

$$\theta([1 : 0 : 1]) = [2 : 0 : 2],$$

$$\theta([0 : 1 : 1]) = [0 : 1 : 1].$$

- (a) [15] Koliko je različnih projektivnosti $\theta : P(\mathbb{Z}_7^3) \rightarrow P(\mathbb{Z}_7^3)$, ki zadoščajo zgornjim pogojem?
- (b) [10] Pokaži, da za poljubni projektivnosti $\theta_1, \theta_2 : P(\mathbb{Z}_7^3) \rightarrow P(\mathbb{Z}_7^3)$, ki zadoščata zgornjim pogojem, velja $\theta_1 \circ \theta_2 = \theta_2 \circ \theta_1$.