

3. izpit iz Afine in projektivne geometrije

7. september 2016

1. [25] Izometrija evklidskega prostora $\tau: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ je dana s predpisom

$$\tau(x, y, z) = (-x + 2, -y + 2, z).$$

- (a) [10] Geometrično opiši izometrijo τ .
- (b) [15] Razčleni τ kot kompozicijo dveh zrcaljenj čez ravnini v $\mathbb{R}^3$ in zapiši predpisa za obe zrcaljenji.
2. [25] V prostoru $\mathbb{R}^3$ so dane premice $p: x = 0, z = 1$, $q: y = 0, z = -1$ in $r: x = 0, y = 0$. Izračunaj predpise vseh afinih transformacij $\tau: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, ki preslikajo p na q , q na p , premico r pa nazaj nase. Nato opiši vse rotacije $\mathbb{R}^3$, ki zadoščajo danim pogojem.

3. V projektivni ravnini $P(\mathbb{Z}_{11}^3)$ sta dani premici:

$$p = \{[x : y : z] \mid 2x - y + 3z = 0\},$$
$$q = \{[x : y : z] \mid x - y + z = 0\}.$$

- (a) [10] Projektivnost $\theta: p \rightarrow q$ je določena s pogoji:

$$\begin{aligned}\theta([1 : 5 : 1]) &= [3 : 4 : 1], \\ \theta([3 : 9 : 1]) &= [6 : 7 : 1], \\ \theta([4 : 0 : 1]) &= [10 : 0 : 1].\end{aligned}$$

Pokaži, da je θ perspektivnost in poišči njen center.

- (b) [15] Ugotovi, koliko je različnih perspektivnosti oziroma projektivnosti s premice p na premico q .
4. V projektivni ravnini $P(\mathbb{R}^3)$ so dane točke $T_1 = [0 : 0 : 3]$, $T_2 = [1 : 0 : 1]$, $T_3 = [1 : 2 : 1]$ in $T_4 = [0 : 2 : 1]$.
- (a) [15] Izračunaj enačbe vseh izrojenih stožnic v $P(\mathbb{R}^3)$, ki vsebujejo dane štiri točke.
- (b) [10] Izračunaj enačbo stožnice, ki vsebuje dane štiri točke in ima premico $p = \{[x : y : z] \mid x + y - 3z = 0\}$ za tangento.