

Matematika v praksi, 3. izpit

2. september 2013

Čas pisanja je 120 minut. Doseči je mogoče 100 + 10 točk. Odgovore utemeljite.

1. naloga (25 točk)

Ivo se je to poletje odločil, da postane tekač. Na začetku je pretekel le 3 km, nato pa vsak teden povečal pretečeno dolžino.

- Denimo, da je Ivo vsak teden dolžino povečal za 1%. Sestavi tabelo, iz katere bo razvidna pretečena razdalja v vsakem tednu prvega meseca.
- Kolikšno razdaljo bo dosegel po enem letu?
- Za kolikšen odstotek bi Ivo moral vsak teden povečati dolžino, da bi po enem letu dosegel 10 km?

2. naloga (25 točk)

Ivo želi Hani poslati tajno sporočilo. V ta namen se dogovorita za šifriranje z RSA algoritmom. Hana si za izvajanje algoritma izbere praštevili $p = 79$ in $q = 83$ ter število $e = 5$.

- Sestavi Hanin javni in zasebni ključ.
- Hana in Ivo sporočila predstavita s številom tako, da vsako črko zamenjata s številko po naslednjem predpisu: $A \leftrightarrow 10$, $B \leftrightarrow 11$, $C \leftrightarrow 12$, ..., $Z \leftrightarrow 34$. Sporočilu JA tako ustreza število 2010. To sporočilo šifriraj z uporabo Haninega javnega ključa.
- Takoj za gornjim sporočilom Hana od Iva prejme šifrirano število 104. Z uporabo Haninega zasebnega ključa poišči Ivovo prvotno sporočilo.

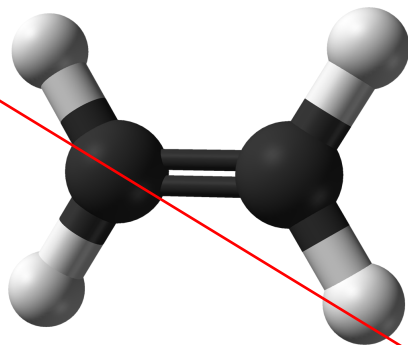
3. naloga (25 točk)

Hana in Jana igrata igro *Borovničenje*. Pri igranju se izmenjujeta, igro prične Hana. Na začetku igre je v skledi n borovnic. Igralka na potezi poje vsaj eno in največ šest borovnic. Izgubi tista, ki za sabo ne pusti nobene borovnice.

- Ugotovi, katera od obeh ima zmagovalno strategijo za vse vrednosti $n \leq 10$.
- Določi P in N pozicije v odvisnosti od n .
- Bodi $n = 2013$. Kdo ima zmagovalno strategijo? Kakšna je zmagovalna poteza?

4. naloga (25 točk + 10 točk)

Janina najljubša kemijska molekula je *eten*, to je C_2H_4 , posebej zaradi njenih simetričnih lastnosti. Naslednja slika prikazuje model molekule etena.



- Molekulo zaenkrat obravnavaj le kot dvorazsežno. Opiši njene štiri simetrije.
- Iz simetrij ravninskega etena sestavi latinski kvadrat velikosti 4×4 .
- (+10 točk) Molekula etena je v resnici trirazsežna in ima kot taka dodatno simetrijo, to je zrcaljenje preko ravnine, ki jo določa molekula. To upoštevajoč opiši vseh osem simetrij trirazsežne molekule etena in sestavi latinski kvadrat velikosti 8×8 .