

Kolokvij iz Klasične mehanike 3.6.2011

1. Obravnavamo dvojno torzijsko nihalo. Na strop je pritrjena žica, na katero je obešena homogena okrogla plošča z maso m in polmerom R , tako da je pritrdišče žice natanko v sredini plošče. Torzijski koeficient žice je D . Na spodnji strani plošče je v sredini pritrjena druga žica, na katero je simetrično obešena še ena plošča. Obe plošči imata enako maso in polmer, pa tudi žici imata obe enak torzijski koeficient. Zapiši Lagrangeovo funkcijo sistema ter poišči lastni frekvenci in lastna vektorja za nihanje sistema.

2. Obravnavamo simetrično vrtavko z glavnimi vztrajnostnimi momenti $J_1 = J_2 = J$ in $J_3 = J'$. Vrtavka je vpeta tako, da njena lastna os z' vedno oklepa kot θ_0 z laboratorijsko osjo z (Eulerjev kot $\theta = \theta_0$ je torej konstanten), zato lastna os z' med gibanjem oriše stožec. Zapiši Lagrangeovo funkcijo za preostala Eulerjeva kota ϕ in ψ , poišči ustrezni enačbi gibanja in določi časovni potek $\phi(t)$ in $\psi(t)$. Na začetku velja $\phi(0) = \psi(0) = 0$, hitrost vrtenja okoli osi z' je Ω , os z' pa oriše stožec v času τ .

3. Kovanec naj opleta (oz. se kotali) po svojem obodu tako, da njegovo težišče miruje. Zapiši enačbe gibanja t.j. Eulerjeve enačbe za opisan sistem. Upoštevaj, da se kovanec kotali brez zdrsanja, in zapiši ustrezno vez. Izračunaj frekvenco opletanja v odvisnosti od nagiba kovanca.

4. Elektron se giblje v magnetnem polju dolgega ravnega vodnika skozi katerega teče električni tok. Magnetno polje v tem primeru podaja vektorski potencial $\mathbf{A} = C \ln(r/r_0) \hat{\mathbf{k}}$. Zapiši Lagrangeovo in Hamiltonovo funkcijo ter poišči konstante gibanja. Kateri pogoj mora biti izpolnjen, da bo gibanje v ravnini, ki vsebuje vodnik? Za primer takšnega ravninskega gibanja ugotovi, kako je videti tir elektrona.