

Računalništvo (MAFI): 2. izpit

14. september 2009

Čas reševanja: 120 minut

Reši vse naloge. Doseženih 100 točk šteje za maksimalno oceno.

Naloga 1 [25 točk]

Preslikavo $f : \{x_1, \dots, x_n\} \rightarrow \{x_1, \dots, x_n\}$ predstavimo v Pythonu s slovarjem

$$\{x_1 : f(x_1), x_2 : f(x_2), \dots, x_n : f(x_n)\}.$$

V Pythonu sestavi funkcijo `bijekcija(d)`, ki vrne `True`, če je funkcija, predstavljena s slovarjem `d`, bijektivna, sicer vrne `False`. Na primer:

```
>>> bijektivna({1:2, 2:3, 3:5, 4:4, 5:1})
True
>>> bijektivna({1:2, 2:3, 3:5, 4:5, 5:1})
False
```

Povedano z drugimi besedami, vsak ključ se mora natanko enkrat pojaviti kot vrednost.

Naloga 2 [25 točk]

Pozicijo sklenjenega nihala iz n enako dolgih členov opišemo s koti $\phi_1, \dots, \phi_n$, ki jih členi tvorijo z osjo x . V Mathematici sestavi funkcijo `nihalo[{ $\phi_1, \dots, \phi_n$ }]`, ki nariše lomljeno črto, ki predstavlja sklenjeno nihalo v dani poziciji. Na spodnji sliki je prikazana slika, ki jo dobimo z ukazom

$$\text{nihalo}[\{-\pi/2, -\pi/4, -3\pi/4, -4\pi/7\}].$$



Dodatna naloga [+10 točk]: sestavi še funkcijo `sklenjena[{ $\phi_1, \dots, \phi_n$ }]`, ki vrne `True`, če se lomljena črta, podana s koti $\phi_1, \dots, \phi_n$, začne in konča v isti točki, sicer vrne `False`.

(Obrni stran!)

Naloga 3 [13 + 5 + 7 točk]

Za dani seznam $[x_1, \dots, x_n]$ pravimo, da je x_i *večinski element*, če je več kot polovica elementov seznama enaka x_i . Na primer, v seznamu $[1, 2, 2, 1, 3, 2, 2]$ je 2 večinski element, seznam $[1, 2, 3, 1, 1, 8]$ pa nima večinskega elementa.

- (a) Opiši algoritem ali sestavi funkcijo, ki ugotovi, ali dani seznam ima večinski element. Pri tem se *ne* moreš zanašati, da so v seznamu števila. Znano je le, da so elementi seznama objekti, ki jih lahko primerjamo z relacijo “je enako” (v Pythonu `==`).
- (b) Kolikšna je časovna zahtevnost tvojega algoritma v *najslabšem* primeru? Kateri primer je to? Uporabi notacijo “veliki O ”.
- (c) Če deluje tvoj algoritem v času $O(n \log n)$, dobiš dodatnih 7 točk. (Predpostavimo, da lahko do elementov seznama dostopamo v enem koraku in da jih lahko elemente primerjamo v enem koraku.)
- (d) **Dodatna naloga [+10 točk]:** Ali lahko nalogo rešimo v času $O(\log n)$? Odgovor utemelji!

Naloga 4 [7 + 8 + 10 točk]

Obravnavamo jezike nad abecedo $\Sigma = \{a, b\}$.

- (a) Ali je regularen jezik $A = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ ne vsebuje podzaporedja } aaa\}$?
- (b) Ali je regularen jezik $B = \{a^m b^n a^{m+n} \mid m, n \geq 1\}$?
- (c) Naj bo C regularen jezik. Ali je regularen tudi jezik

$$D = \{w \in \Sigma^* \mid w \in C \wedge |w| \geq 3\},$$

pri čemer je $|w|$ dolžina besede w ?

Odgovore utemelji.