

Računalništvo (Fizika): 1. izpit

10. februar 2012

Čas reševanja: 120 minut. Doseženih 100 točk šteje za maksimalno oceno.

Naloga 1 [25 točk]

Permutacije reda n so bijektivne preslikave na množici $0, \dots, n-1$, ki jih podamo s seznamom slik. Npr. $[2, 0, 1]$ predstavlja permutacijo, ki slika $0 \mapsto 2, 1 \mapsto 0$ in $2 \mapsto 1$. Sestavi razred `Permutacija`, ki ima naslednje metode:

- (a) konstruktor `__init__(self, s)`, ki ustvari permutacijo iz podanega seznama slik.
- (b) metodo `__call__(self, m)`, ki vrne sliko števila m (če je m prevelik ali premajhen vrže izjemo).
- (c) metodo `inverz(self)`, ki vrne inverzno permutacijo.

Seveda lahko definirate še kakšne druge metode, ki olajšajo delo, na primer `__repr__`.

Naloga 2 [25 točk]

Iskalno drevo je podano z razredom `IskalnoDrevo`.

- (a) Dodaj metodo `prestejManjse(self, n)`, ki prešteje, koliko vozlišč v iskalnem drevesu ima vsebino manjšo od n . Pozor, ni nujno, da se n pojavi v drevesu!
- (b) Dodaj metodo `vsotaInterval(self, a, b)`, ki izračuna vsoto vseh elementov x v drevesu `self`, za katere velja $a \leq x \leq b$. Pozor, ni nujno, da se a in b pojavita v drevesu.

(obrni list)

Naloga 3 [15 + 15 točk]

Za dano zaporedje celih števil $a = [a_0, a_1, \dots, a_{n-1}]$ želimo najti najdaljše strogo naraščajoče podzaporedje (NSNP), ne nujno strnjeno. Npr. v zaporedju $[0, 8, 4, 12, 2, 10, 6, 14, 1]$ je eno od možnih takih NSNP $[0, 4, 10, 14]$. Naj $d(a, i)$ predstavlja dolžino najdaljšega podzaporedja, ki se **konča s členom** a_i . Vemo naslednje:

$$d(a, i) = 1 + \max \{d(a, j) \mid j < i, a_j < a_i\},$$

pri čemer je maksimum prazne množice enak 0.

- (a) Naivna rekurzivna implementacija funkcije $d(a, i)$ je zelo neučinkovita. Sestavi funkcijo `dolzina(a)`, ki vrne tabelo vrednosti $[d(a, 0), d(a, 1), \dots, d(a, n-1)]$. Funkcija naj bo učinkovita tudi za večje tabele. Oцени časovno zahtevnost svoje funkcije (odgovor zapiši kot komentar v kodi).
- (b) Sestavi funkcijo `nsnp(a)`, ki vrne enega od NSNP-jev za tabelo a . Funkcija najprej izračuna tabeli $[d(a, 0), d(a, 1), \dots, d(a, n-1)]$ in $j = [j_0, j_1, \dots, j_{n-1}]$, pri čemer je j_k tisti indeks, pri katerem je dosežem maksimum v definiciji $d(a, k)$. Poseben primer je $j_k = \text{None}$, če je maksimum v definiciji prazen. Zaporedje

$$a[i], a[j[i]], a[j[j[i]]], a[j[j[j[i]]]], \dots,$$

ki se ustavi, ko naletimo na $j[j[\dots]] = \text{None}$, je najdaljše naraščajoče podzaporedje, ki se konča z $a[i]$, zapisano v **obratnem vrstnem redu**. Njegova dolžina je $d(a, i)$. S pomočjo tega lahko hitro poiščemo NSNP za tabelo a .

Naloga 4 [25 + 10 točk]

Dana je **urejena** tabela **različnih** celih števil $[a_0, a_1, \dots, a_{n-1}]$.

- (a) Napiši funkcijo `ujemanje(a)`, ki s časovno zahtevnostjo največ $O(\log n)$ ugotovi, ali v tabeli obstaja tak i , da velja: $a_i = i$.
- (b) Urejeno tabelo krožno zavrtimo v desno za k mest. Npr. $[7, 9, 3, 5, 6]$ je tabela zavrtena za $k = 2$. Napiši funkcijo `maksimum(t)`, ki s časovno zahtevnostjo največ $O(\log n)$ najde maksimalni element v zavrti tabeli t , če k ni znan.