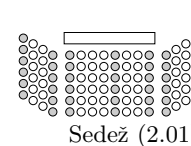


Prvi kolokvij iz Uvoda v diferencialno geometrijo

20. november 2014

Čas pisanja je 115 minut. Možno je doseči 105 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek



Sedež (2.01)

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
Σ	

1. naloga (30 točk)

Naj bo $\gamma(s)$ enotska pot v $\mathbb{R}^3$ s konstantno ukrivljenostjo κ , katere torzijska ukrivljenost τ je povsod enaka 0 (krivulja je torej ravninska).

- (i) Dokaži, da je središče pritisknjene krožnice na pot γ neodvisno od parametra s .
- (ii) Dokaži, da je γ vsebovana v krožnici.
- (iii) Naj bo K pritisknjena krožnica na γ v točki t_0 . V katerem primeru se v točki $\gamma(t_0)$ triroba (t.j. tangenta, normala in binormala) krivulj γ in K ujemata?

2. naloga (40 točk)

Parametriziraj ploskev, ki jo dobimo, ko premico q , podano kot $x = y, z = 0$, zavrtimo okoli premice p , podane kot

$$x - 1 = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 3}{2}.$$

Uporabiš lahko naslednje korake (ni pa nujno):

- (i) poišči ortonormirano bazo $\mathbb{R}^3$, ki vsebuje smerni vektor p ter vektor v smeri $(0, -1, 1)$;
- (ii) dokaži, da točka $(1, 1, 3)$ leži na premici p ter premakni premici p in q za vektor $(-1, -1, -3)$, dobljeni premici pa označi s $\tilde{p}$ in $\tilde{q}$;
- (iii) točke premice $\tilde{q}$ izrazi v omenjeni ortonormirani bazi, za vsako točko na $\tilde{q}$ izračunaj še razdaljo do $\tilde{p}$;
- (iv) Parametriziraj ploskev, ki jo dobimo, ko premico $\tilde{q}$ zavrtimo okoli premice $\tilde{p}$
- (v) parametriziraj ploskev, ki jo dobimo, ko premico q zavrtimo okoli premice p .

3. naloga (35 točk)

Podana sta elipsoid $S : x^2 + y^2 + z^2/4 = 9$ ter točka $P(2, 2, 2)$.

- (i) Poišči bazo tangentne ravnine $T_P S$ ter nato v njej razvij vektor $v = (1, 0, -4)$.
- (ii) Podana je preslikava

$$f(x, y, z) = \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right),$$

definirana na $S \setminus \{(0, 0, \pm 6)\}$. Izračunaj $df(v)$. Ali je f konformna?

- (iii) Podana je funkcija $F(x, y, z) = 2x - y$. Izračunaj ploskovni gradient F na S ter poišči in klasificiraj lokalne ekstreme F na S .