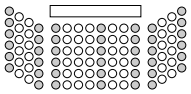
Drugi kolokvij iz Uvoda v diferencialno geometrijo

22. januar 2015

Čas pisanja je 110 minut. Možno je doseči 110 točk. Veliko uspeha!



Sedež (2.01)

1	
2	
3	
Σ	

Ime in priimek

Vpisna številka

1. naloga (30 točk)

Ploskev S je podana s parametrizacijo

$$\sigma(u,v) = (u-5, 2-\sinh(v), u\sinh(v) - \sinh(v)), \qquad u,v \in \mathbb{R}$$

(i) Izračunajte Gaussovo ukrivljenost ploskve S.

(ii) Izračunajte glavne vektorje in glavne ukrivljenosti ploskve S pri $u = 1, v = 0$.

(iii) Izračunajte površino ploskve na območju $\sinh^2 v + (u-1)^2 \leq 1$. (Namig: ustrezno uvedite polarne koordinate.)

(iv) Na ploskvi S poiščite dve geodetki, ki se sekata.

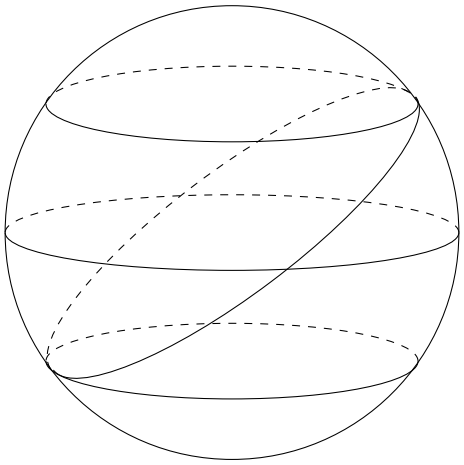
2. naloga (40 točk)

Ploskev S dobimo tako, da graf pozitivne funkcije $f(x) = (4x^3 + x^4)e^x + 50$ zavrtimo okoli osi x. Narišite in kvalitativno opišite vse tipe geodetk ne ploskvi S.

3. naloga (40 točk)

Na sferi $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ so podane štiri sklenjene krivulje: ekvator; presek sfere z ravnino $x = z$, označen kot γ; vzporednika, ki se dotikata krivulje γ.

(i) Parametrizirajte omenjena vzporednika.

(ii) Izračunajte kot, pod katerim γ seka ekvator.

(iii) Omenjene štiri krivulje sfero razdelijo na več delov. Za vsakega izmed njih izračunajte ploščino.