

Prvi izpit iz Linearne algebre

26. 6. 2015

Priimek in ime: Vpisna št.:

Naloge so na obeh straneh!

1. [25] Dani sta ravnini

$$\pi_1 : x + 4y + z - 1 = 0, \quad \text{in} \quad \pi_2 : x - 2y + 2z + 2 = 0.$$

- (a) [10] Določi parametrično enačbo premice p , ki je presek ravnin π_1 in π_2 .
- (b) [15] Napiši enačbo premice q , ki je pravokotna projekcija premice p na ravnino

$$2x - y + 5z - 5 = 0.$$

2. [25] Reši sistem enačb nad poljem $\mathbb{Z}_5 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$:

$$\begin{aligned} \bar{1}x + \bar{3}y - \bar{1}z &= \bar{0} \\ \bar{2}x + \bar{2}y + \bar{4}z &= \bar{3} \\ \bar{3}x + \bar{2}y - \bar{1}z &= \bar{1}. \end{aligned}$$

3. [25] Preslikavi $\mathcal{A} : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$ ustreza iz standardne baze prostora \mathbb{C}^3 v bazo $\{(1, 1, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ matrika

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

- (a) [10] Določi matriko, ki ustreza preslikavi \mathcal{A} v standardni bazi prostora \mathbb{C}^3 .
- (b) [15] Določi Jordanovo kanonično formo in prehodno matriko preslikave \mathcal{A} .

4. [25] Na vektorskem prostoru $\mathbb{R}_3[x]$ polinomov stopnje največ 3 je dana preslikava

$$\langle p, q \rangle := \int_0^1 p'(x)q'(x) dx + p(0)q(0).$$

- (a) [5] Pokaži, da je $\langle \cdot, \cdot \rangle$ skalarni produkt.
- (b) [20] Poišči adjungirano preslikavo A^* k preslikavi A , ki je podana s pravilom

$$(Ap)(x) = x^3 p\left(\frac{1}{x}\right).$$