

Diskretne strukture 2 – 2. kolokvij

13. maj 2015

Čas pisanja je 90 minut. Možno je doseči 100 točk. Vse odgovore je treba dobro utemeljiti. Veliko uspeha!

1. naloga (20 točk)

- a) (5) Zapiši vse delitelje ničā v $\mathbb{Z}_6$.
- b) (5) Naj bo $n \in \mathbb{N}$, $n > 2$ in naj bo $a \notin \{0, 1\}$ rešitev enābe $x^2 = x$ v $\mathbb{Z}_n$. Dokaži, da sta a in $(a - 1)$ delitelja ničā v kolobarju $\mathbb{Z}_n$.
- c) (10) Poišči vse rešitve enābe $x^2 = x$ v $\mathbb{Z}_{77}$.

2. naloga (20 točk)

- a) (5) Zapiši poljuben polinom stopnje 5 v najmanjšem idealu v $\mathbb{Q}[x]$, ki vsebuje $x^3 + 1$.
- b) (15) Poišči najmanjši ideal v $\mathbb{Q}[x]$, ki vsebuje $x^2 - 4$ in $x^2 + x - 6$.

3. naloga (30 točk)

- a) (10) Poišči vse nerazcepne polinome stopnje 3 nad $\mathbb{Z}_3$ z vodilnim koeficientom 1 in koeficientom pred x^2 enakim 0.
- b) (5) S pomočjo prejšnje točke definiraj obseg moči 27.
- c) (10) Spomni se, da je multiplikativna grupa končnega obsega zmeraj ciklična. V obsegu iz prejšnje točke poišči generator multiplikativne grupe.
Namig: x . Naj bo $x^{13} = q(x) \cdot p(x)$, kjer je prosti člen od p enak 1. Kakšen mora biti $q(x)$?
- d) (5) Ali tvoj obseg premore element reda 3? Kaj pa 13? Če je odgovor da, željeni element tudi zapiši.

4. naloga (30 točk)

- a) (15) Nariši graf Cay $\left(\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_3, \{(-1, 0), (1, 0), (0, -1), (0, 1)\}\right)$.
- b) (15) Dokaži, da vsak Cayleyjev graf $\text{Cay}(G, S)$ abelove grupe G , kjer S vsebuje vsaj dva x, y , ki nista eden drugemu inverzna, premore cikel dolžine 4.