

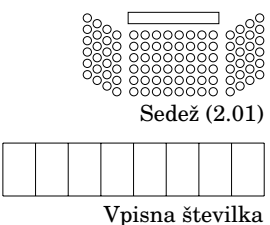
Diskretne strukture 2: 2. kolokvij oz. 1. izpit

19. junij 2018

Čas reševanja je 120 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

Ime in priimek

1	
2	
3	
4	
Σ	



Sedež (2.01)

Vpisna številka

1. naloga (25 točk)

Imejmo tri grafe G_1, G_2, G_3 , definirane za $n \geq 3$ na sledeči način:

(a) Vozlišča G_1 so $\{0, 1, \dots, n-1\} \times \{0, 1\}$, dve vozlišči (x_1, x_2) in (y_1, y_2) povezani, če:

- $x_1 = y_1$ in $|x_2 - y_2| = 1$.
- $x_2 = y_2$ in $|x_1 - y_1| = 1$.
- $x_2 = y_2$ in $\{x_1, y_1\} = \{0, n-1\}$.

(b) G_2 ima enako množico vozlišč ter povezav, razen zadnji pogoj je:

- $x_2 \neq y_2$ in $\{x_1, y_1\} = \{0, n-1\}$.

(c) Vozlišča G_3 so $\{0, 1, \dots, 2n-1\}$, dve vozlišči x in y povezani, če:

- $|x - y| = 1$.
- $\{x, y\} = \{0, 2n-1\}$
- $|x - y| = n$.

a) Nariši G_1, G_2, G_3 za $n = 4$.

b) Kateri izmed G_1, G_2, G_3 so izomorfni grafi?

2. naloga

Za $n > 1$ naj bo G_n graf, ki ga dobimo iz $K_{n,n}$, tako da eno povezavo med x in y nadomestimo s potjo dolžine 2 med x in y .

a) Kakšen je kromatičen indeks grafa G_2 ?

b) Kakšen je kromatični indeks G_n za poljuben n ? Namig: v primeru, da je graf razreda 1, preštej kolikokrat se določena barva pojavi v G_n , tako da pogledaš kolikokrat se pojavi v vsakem vozlišču grafa G_n .

3. naloga (25 točk)

Naj bo G grupa generirana z dvema elementoma a in x , za katera veljajo relacije: $a^6 = \text{id}, x^2 = a^3, ax = xa^{-1}$.

a) Pokaži, da ima grupa G 12 elementov. Dovolj je, da pokažeš, da jih nima več kot 12.

b) Grupa G ima 6 podgrup, če ne štejemo podgrupe z enim elementom in cele grupe. Poišči jih. Katere podgrupe so edinke?

c) Najdi surjektivni homomorfizem iz G v $(\mathbb{Z}_2, +)$.

4. naloga (25 točk)

a) Produktu katerih cikličnih grup je izomorfna grupa $(\mathbb{Z}_{26}^*, \cdot)$?

b) Naj bo E grupa dobljena z eliptično krivuljo $y^2 = x^3 + 3x + 2$ nad $\mathbb{Z}_{11}$. Produktu katerih cikličnih grup je izomorfna E ?