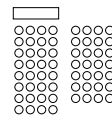


Diskretne strukture 2: 1. izpit

20. junij 2019

Čas reševanja je 115 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

Ime in priimek _____



Sedež (2.02)

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

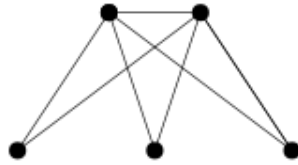
Naj bo $G(n, k)$ za $1 < k < n/2$ graf, ki ga dobimo, če ciklu z n vozlišči $\{0, 1, \dots, n-1\}$ dodamo povezave med vozlišči $i < j$, če $j - i = k$ ali $j - i = n - k$.

a) Določi povezanost $\kappa(G(6, 2))$.

b) Za katere n, k je $G(n, k)$ dvodelen?

2. naloga (25 točk)

Naj bo $H(n, k)$ za $0 < k < n$ graf dobljen tako, da staknemo 3 grafe K_n tako da je njihov presek velikosti k . Na spodnji sliki je $H(3, 2)$.



a) Za kater n, k je $H(n, k)$ ravninski. Svoj odgovor dokaži!

b) Za katere n, k ima graf $H(n, k)$ hamiltonov obhod ali sprehod?

3. naloga (25 točk)

Na množici $\{a, b, c, d, e, f\}$ je definirani operacija $*$, podana s Cayleyevo tabelo, kjer so x_1, x_2, x_3, x_4 še nedoločene vrednosti.

$*$	a	b	c	d	e	f
a	x_1	x_2	d	a	f	b
b	x_3	x_4	f	b	d	a
c	d	f	a	c	b	e
d	a	b	c	d	e	f
e	f	d	b	e	a	c
f	b	a	e	f	c	d

a) Naj bodo $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = d$. Katere lastnosti imata operaciji: komutativnost, obstoj (leve ali desne) enote, asociativnost? V primeru, da enota obstaja, kateri elementi imajo (desni, levi) inverz?

b) Določi x_1, x_2, x_3, x_4 , da bo operacija definirala grupo G . Namig: najbrž najlažje je, da uganeš kateri znani grupi bo G izomorfna in nastaviš vrednosti.

4. naloga (25 točk)

Naj bo $G = \{f : \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5 \mid f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{Z}_5, a \neq 0\}$ in operacija na G kompozitum.

a) Dokaži, da je G grupa. Koliko ima elementov? Ali je izomorfna produktu cikličnih grup?

b) Najdi v G edinko I velikosti 5. Dokaži, da je edinka. Kateri znani grupi je izomorfna G/I ?

c) Najdi surjektivni homomorfizem iz G v $\mathbb{Z}_5^*$.