

Diskretne strukture 2: 2. izpit

3. julij 2019

Čas reševanja je 115 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

Ime in priimek

○
○○○○ ○○○○
○○○○ ○○○○
○○○○ ○○○○
○○○○ ○○○○

Sedež (2.04)

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

a) Določi kromačno število grafa $K_4 \square C_5$, kjer je K_4 poln graf na 4 vozliščih in C_5 5-cikel.

b) Naj bo G_{3n} graf na vozliščih $\{0, 1, \dots, 3n-1\}$, kjer sta vozlišči x in y , $0 \leq x < y < 3n$, povezani, če $y - x \in \{1, 2, 3n-2, 3n-1\}$. Določi kromatično število G_{3n} za $n > 2$.

2. naloga (25 točk)

Naj bo $G(i)$ za $1 \leq i \leq 9$ graf, ki ga konstruiramo na sledeči način: vzamemo dva cikla na vozliščih $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ in $\{0', 1', 2', \dots, 9'\}$, tako da so zaporedna vozlišča povezana s povezavo. Nato dodamo povezave med j in j' za vsak $0 \leq j \leq 9$. Nazadnje dodamo novo vozlišče x in ga povežemo z vozliščema 0 in i (obe v prvem ciklu).

a) Dokaži, da ima za lih i graf $G(i)$ hamiltonov obhod (skiciraj hamiltonov obhod).

b) Dokaži, da za sod i graf $G(i)$ nima hamiltonovega obhoda?

3. naloga (25 točk)

Naj bo D_8 diederska grupa generirana z a in b in velja $a^8 = b^2 = (ab)^2 = 1$, kjer je 1 enota grupe.

a) Dokaži, da velja $a^{12}b^5a^4b^{-3} = 1$.

b) Poišči vse podgrupe D_8 , ki imajo 4 elemente. Katere so edinke? Katerim znanim grupam so izomorfne?

c) Najdi surjektiven homomorfizem f iz D_8 v $(\mathbb{Z}_2, +)$ (svojo trditev dokaži!). Poišči $\text{Ker}(f)$. Kateri grupi je izomorfna $\text{Ker}(f)$?

4. naloga (25 točk)

Naj v $\mathbb{Z}_{128}$ velja:

$$57x + 92y = 79$$

$$86x + 28y = 86$$

Poišči vse možne rešitve $x, y \in \mathbb{Z}_{128}$.