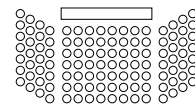


Diskretne strukture 2: 2. izpit

23. junij 2020

Čas reševanja je 120 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

Ime in priimek _____



Sedež (2.05)

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

a) Naj bo G_{2n} graf na vozliščih $\{0, 1, \dots, 2n-1\}$, kjer sta vozlišči i, j povezani, če $|i-j| \in \{1, n, 2n-1\}$. Ali sta $G_{2,2}$ in $G_{2,3}$ ravninska? Za katere n je G_{2n} ravninski?

b) Naj bo T drevo na vsaj dveh vozliščih. Graf T^2 dobimo tako, da vzamemo dve kopiji T_1, T_2 grafa T in povežemo vsak list v T_1 z njegovo kopijo v T_2 . Za katere drevesa T je graf T^2 hamiltonov? Če ne znaš rešiti naloge v splošnem, vsaj preveri, ali je graf hamiltonov za kakšno majhno drevo T .

2. naloga (25 točk)

Naj bo H_n graf, ki ga dobimo tako, da ciklu C_4 dolžine 4 dodamo dve disjunktni poti dolžine n med paroma nasprotnih vozlišč v C_4 . Koliko vpetih dreves ima H_n ? Namig: rekurzivna zveza.

3. naloga (25 točk)

Naj bo D_{2n} diederska grupa z generatorjema a, b , kjer velja $a^n = b^2 = (ab)^2 = e$ (kjer je e enota).

a) Naj bo n sod. Ali je $a^{n/2}$ v centru grupe D_{2n} ? Določi vse elemente D_{2n} , ki so v centru.

b) Naj bo $n > 2$ praštevilo. Kakšen je red elementa a^2 ? Kakšen je red elementa a^i za poljuben $1 \leq i < n$. Če ne znaš odgovoriti v splošnem, odgovori vsaj za $n = 5$.

c) Ali je $D_{2 \cdot 3}$ izomorfna grupi S_3 ?

4. naloga (25 točk)

a) Naj bo $K_1 = \mathbb{Z}_6[x]$ kolobar polinomov nad $\mathbb{Z}_6$. Ali obstajajo polinomi stopnje 10, ki so delitelji ničla v K_1 ? Ali je $3x^3 + 2$ obrnljiv v K_1 ? Poišči vse polinome stopnje največ 1, ki so delitelji ničla.

b) Naj bo $K_2 = \mathbb{Z}_7[x]$ in $I = \langle x^2 + 6 \rangle$. Dokaži, da je I ideal v K_2 . Koliko elementov ima K_2/I ? Ali je K_2/I cel kolobar?