

Čas reševanja je 120 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!



Sedež (2.04)





1	
2	
3	
4	
Σ	

Ime in priimek

Naj bosta G in H grafa. Označimo z $G \circ H$ graf, ki ga dobimo, če povežemo vsa vozlišča grafa G z vsemi vozlišči grafa H (vsebuje tudi vse povezave G in H).

a) Naj bo C_k cikel na k vozliščih, K_k polni graf na k vozliščih, $K_{k,l}$ polni dvodelni graf, in K_k^C komplement polnega grafa. Ali sta grafa $C_3 \circ K_{1,3}$ in $K_3^C \circ K_4$ izomorfna? Za katere $n_1, m_1, n_2, m_2 \geq 3$ sta grafa $C_{n_1} \circ C_{m_1}$ in $C_{n_2} \circ C_{m_2}$ izomorfna? Svoj odgovor dokaži.

b) Naj bo $P_{5,2}$ Petersenov graf. Poišči povezanost $\kappa(P_{5,2} \circ P_{5,2})$.

2. naloga (20 točk)

Naj bo G ravninski graf vložen v ravnino. Dokaži: G je dvodelen graf natanko tedaj, ko je dolžina vseh lic soda.

3. naloga (25 točk)

Naj bo

$$G = (\text{GL}(\mathbb{Z}_3, 2), \cdot)$$

grupa 2×2 obrnljivih matrik (za množenje) z vhodi iz $\mathbb{Z}_3$ (množimo v $\mathbb{Z}_3$, torej po modulu 3)

a) Poišči element reda 2 in element reda 3. Ali je grupa abelova?

b) Naj bo $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ element G . Ali je preslikava

$$f : G \rightarrow G$$

$$f(X) = AXA$$

homomorfizem? Če je, določi jedro in sliko f .

c) Poišči center grupe G .

4. naloga (25 točk)

Naj v $\mathbb{Z}_{135}$ velja:

$$35x + 17y = 2$$

$$55x + 50y = 15$$

Poišči vse možne rešitve $x, y \in \mathbb{Z}_{135}$.