

3. izpit iz DISKRETNIH STRUKTUR 2 (IŠRM)

31. avgust 2016

Priimek in ime: _____

Vpisna št.: _____ Vrsta: _____ Kolona: _____

1. (0+12+13=25 točk) Za $n \geq 1$ definiramo "graf šahovskega kralja" H_n takole: vozlišča H_n so polja šahovnice $n \times n$, vozlišči u in v pa sta med seboj povezani, če šahovski kralj lahko pride iz polja u v polje v v eni potezi.
 - (a) Narišite grafa H_2 in H_3 .
 - (b) Koliko vozlišč in koliko povezav ima graf H_n ? Poiščite še stopnje vozlišč (koliko vozlišč posamezne stopnje vsebuje graf H_n).
 - (c) Poiščite kromatično število in kromatični indeks za H_n .
2. (20 točk) Naj bo G graf, ki ima 11 vozlišč. Pokażite, da potem G ni ravninski ali pa njegov komplement ni ravninski. Poiščite primer grafa na 10 vozliščih, za katerega gornja trditev ne velja.
3. (12 + 13 = 25 točk) Naj bo $(G, \circ)$ grupa in $a \in G$. Definiramo novo operacijo $*$ na G s predpisom
$$x * y = x \circ a \circ y.$$
Pokažite, da je $(G, *)$ tudi grupa. Pokażite še, da je izomorfna grupi $(G, \circ)$.
4. (8 + 12 + 10 = 30 točk) Naj bo D_{12} diedrska grupa, generirana z elementoma ρ in τ , za katera velja $\rho^{12} = \tau^2 = id$ in $\rho\tau = \tau\rho^{-1}$.
 - (a) V D_{12} poenostavite izraz $\tau\rho^3\tau\rho^4\tau\rho^5\tau$, to je, zapišite ga v obliki $\tau^i\rho^j$, kjer je $i \in \{0, 1\}$ in $j \in \{0, 11\}$.
 - (b) Naj bo H podgrupa grupe D_{12} , generirana z elementom ρ^3 . Naštejte vse leve odseke grupe D_{12} po podgrupi H . Pokażite, da je H podgrupa edinka grupe D_{12} .
 - (c) Kateri od znanih grup je izomorfna grupa D_{12}/H ?

Vse naloge je treba ustrezno utemeljiti, samo odgovori ne štejejo nič.