

2. kolokvij iz DISKRETNIH STRUKTUR 2 (IŠRM)

8. junij 2016

Priimek in ime: _____

Vpisna št.: _____ Vrsta: _____ Kolona: _____

1. (20 točk) Na množici $A = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ je dana operacija $*$ s predpisom

$$x * y = x + y + xy.$$

Pokažite, da je $(A, *)$ grupa.

2. (5+6+5+6+5+8+5=40 točk) Dokažite ali ovržite.

- (a) Poljubna končna grupa vsebuje element reda 3.
- (b) Poljubna grupa vsebuje sodo število elementov reda 3.
- (c) Poljubna grupa ima sodo število podgrup moči 3.
- (d) Če ima grupa samo eno podgrupo moči 3, potem je le-ta podgrupa edinka.
- (e) Naj bosta a in b elementa končne grupe G z redoma s oziroma t . Potem je red elementa ab enak $\text{lcm}(s, t)$.
- (f) Naj bosta G_1 in G_2 grupi. Potem je $Z(G_1) \times Z(G_2) = Z(G_1 \times G_2)$.
- (g) Grupe $\mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_{21}$, $\mathbb{Z}_{14} \times \mathbb{Z}_{15}$ in $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_{35}$ so izomorfne.

3. (20 točk) Poiščite eno ciklično podgrupo moči 4 grupe S_4 . Ali je podgrupa edinka?

4. (20 točk) Koliko elementov ima grupa $\mathbb{Z}_{21}^*$? Pokažite, da je preslikava $f : \mathbb{Z}_{21}^* \rightarrow \mathbb{Z}_{21}^*$ podana s predpisom

$$f(x) = x^3 \bmod 21$$

homomorfizem grup. Poiščite še jedro in sliko homomorfizma f . Katerima znanima grupama sta izomorfna?

Vse naloge je treba ustrezno utemeljiti, samo odgovori ne štejejo nič.