

Kombinatorika: 2. izpit

6. 4. 2016

Čas pisanja je 100 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

Dokaži, da je število takih razdelitev množice $[n]$, v katerih v nobenem od blokov razdelitve ne najdemo dveh ciklično zaporednih števil (tj. števil j in $j + 1 \pmod{n}$), enako številu razdelitev množice $[n]$ brez blokov moči 1.

2. naloga (25 točk)

Za $i, j \geq 0$ s $f_n(i, j)$ označimo število parov (V, W) podprostorov $\mathbb{F}_q^n$, za katere velja $\dim V = i$, $\dim W = j$ in $V \cap W = \{0\}$. Poišči eksplicitno formulo za $f_n(i, j)$ in jo izrazi s q -multinomskimi koeficienti.

3. naloga (25 točk)

Preštej vse $n \times n$ matrike $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ z elementi $a_{ij} \in \{0, 1, 2\}$, za katere velja: ne obstaja tak indeks $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, da bi hkrati veljalo $a_{ij} > 0$ in $a_{ji} > 0$ za vsak $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

4. naloga (25 točk)

Naj bo a_n število tlakovanj mreže velikosti $2 \times n$ s tlakovci velikosti 2×1 (oz. 1×2 , tlakovce lahko zarotiramo) in/ali 2×2 . Pri tem velja $a_0 = 1$, $a_1 = 1$ in $a_2 = 3$.

(a) Določi običajno rodovno funkcijo $\sum_{n \geq 0} a_n x^n$.

(b) Poišči eksplicitno formulo za a_n .