

NLA

4. izpit

22. 2. 2013

1. Poišči število lastnih vrednosti na intervalih $(-\infty, -2]$, $(-2, 2]$, $(2, \infty)$ za matriko

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & & & & \\ 1 & 3 & 1 & & & \\ & 1 & 1 & 1 & & \\ & & 1 & -1 & 1 & \\ & & & 1 & -3 & 1 \\ & & & & 1 & -5 \end{bmatrix}.$$

2. Dana je matrika $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ in njen singularni racep $A = U\Sigma V^T$. Matriko $B = [A \ a_1]$ dobimo tako, da matriki A dodamo njen prvi stolpec. Poišči singularni razcep matrike B , kjer izkoristiš, da poznaš singularni razcep matrike A .
3. Naj bosta $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$ in $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ simetrični matriki z lastnimi pari razvrščenimi po velikosti in normiranimi lastnimi vektorji: (α_i, u_i) , $i = 1 \dots m$ in (β_i, v_i) , $i = 1 \dots n$. Pokaži, da ima matrika

$$C = \begin{bmatrix} A & \rho u_1 v_1^T \\ \rho v_1 u_1^T & B \end{bmatrix}$$

lastne vrednosti $\alpha_2, \dots, \alpha_m, \beta_2, \dots, \beta_n, \gamma_1, \gamma_2$, kjer sta γ_1 in γ_2 lastni vrednosti matrike

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \rho \\ \rho & \beta_1 \end{bmatrix}.$$

4. Podprostora $\mathcal{A}_1$ in $\mathcal{A}_2$ sta razpeta s stolpci matrik A_1 in A_2 . Poišči numerični algoritem s katerim izračunaš bazo za presek prostorov $\mathcal{A}_1 \cap \mathcal{A}_2$. Stolpci matrik A_1 in A_2 niso nujno neodvisni. Pomagaš si lahko s singularnim razcepom.