

# Numerična linearna algebra

## 1. kolokvij

26.1.2005

1. Določi  $p, q$  in  $r$  v iterativni formuli

$$x_{k+1} = p x_k + q \frac{a}{x_k^2} + r \frac{a^2}{x_k^5}, \quad k = 0, 1, \dots,$$

za računanje  $\sqrt[3]{a}$ , tako, da bo konvergenca reda 3. Izračunaj  $\sqrt[3]{5}$  s pomočjo navedene metode z začetnim približkom  $x_0 = 3$  na 6 decimalnih natančno.

2. Dana je matrika  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Matriko  $A'$  dobimo tako, da v matriki  $A$  postavimo vse vrednosti v nekem stolpcu na 0. Dokaži

$$\|A'\|_2 \leq \|A\|_2.$$

3. Dana je simetrična matrika  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  in  $b \in \mathbb{R}^n$ . Dan je še vektor  $x \in \mathbb{R}^n$ . Definirajmo  $r := b - Ax$ . Poišči simetrično matriko  $E$ , ki ima minimalno Frobeniusovo normo, tako, da velja  $(A + E)x = b$ .  
Nasvet: Pomagaj si s QR razcepom matrike  $[x, r]$  in dejstvom  $Ex = r \Rightarrow (Q^T E Q)(Q^T x) = Q^T r$ .

4. Naj bo  $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$  diagonalna matrika in  $u, v \in \mathbb{R}^n$ . Definirajmo matriko  $A := D + uv^T$ , matriko  $B = \text{triu}(A)$  pa dobimo tako, da vzamemo zgornji trikotnik matrike  $A$ , ( $b_{ij} = a_{ij}$  za  $i \leq j$ , in  $b_{ij} = 0$ , sicer).
  - a) Sestavi učinkovit algoritem za izračun  $Ac$ ,  $c \in \mathbb{R}^n$ , in preštej število operacij.
  - b) Sestavi učinkovit algoritem za reševanje sistema  $Bx = b$ ,  $b \in \mathbb{R}^n$ , in preštej število operacij.