

Logika in množice, 2. izpit

17. junij 2022

1. naloga (25 točk)

Na množici $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ definiramo relacijo R s predpisom

$$m R n :\Longleftrightarrow m^n = n^m.$$

a) (10 točk) Predstavite relacijo R z usmerjenim grafom.

b) (15 točk) Katere od naslednjih lastnosti ima R ? Odgovorov ni treba utemeljiti.

refleksivna: DA NE

irefleksivna: DA NE

simetrična: DA NE

antisimetrična: DA NE

tranzitivna: DA NE

2. naloga (25 točk)

Naj bosta A in B množici. Podajte izomorfizem $A + B \cong (A \cap B) + (A \cup B)$ in dokažite, da je izomorfizem.

3. naloga (25 točk)

Naj bo A množica ter P in Q predikata na A . Dokažite:

$$\left(\exists x \in A. P(x) \right) \vee \neg \left(\forall y \in A. Q(y) \right) \Longleftrightarrow \left(\exists z \in A. Q(z) \Rightarrow P(z) \right).$$

4. naloga (25 točk)

Naj bo $(A, <)$ dobra urejenost. Definirajmo preslikavo $m: \mathcal{P}(A) \setminus \{\emptyset\} \rightarrow A$,

$$m(S) := \min S.$$

a) (5 točk) Dokažite, da ima m prerez.

b) (10 točk) Dokažite, da za vsak $a \in A$ velja

$$|m^*(\{a\})| = |\mathcal{P}(\{x \in A \mid a < x\})|.$$

c) (10 točk) Dokažite: A ima največji element natanko tedaj, ko obstaja $a \in A$, za katerega je množica $m^*(\{a\})$ končna.