

Logika in množice, 1. kolokvij

4. december 2020

1. naloga (25 točk)

Izjavni veznik V naj bo dan z naslednjo resničnostno tabelo.

p	q	r	$V(p, q, r)$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	1

a) (15 točk) Izrazite veznik V z običajnimi vezniki $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$. Dobljeni izraz čim bolj poenostavite. Za polno število točk naj končna oblika vsebuje samo dve pojavitvi naštetih običajnih veznikov.

b) (10 točk) Dokažite, da je $\{V, \neg\}$ poln nabor izjavnih veznikov.

2. naloga (25 točk)

Naj bo $\mathcal{T}$ množica vseh točk v ravnini in $\mathcal{K}$ množica vseh krožnic v ravnini. S formulo zapišite vsako od naslednjih izjav. Pri tem uporabite zapis $T \in K$ za „točka T leži na krožnici K “ in $K \propto L$ za „krožnici K in L se dotikata“.

Izjava	Formula
Na vsaki krožnici ležita vsaj dve različni točki.	
Skozi vsaki točki poteka krožnica.	
Če se krožnici dotikata, se sekata.	
Skozi vsako točko krožnice A poteka krožnica, ki se dotika krožnice A .	
Če imata krožnici B in C tri različne skupne točke, sta enaki.	

3. naloga (25 točk)

Napišite natančen dokaz po korakih za naslednjo izjavo, kjer je A množica, P dvomestni predikat in Q enomestni predikat.

$$(\forall x, y \in A. (P(x, y) \vee Q(x))) \Rightarrow \forall a \in A. (\neg Q(a) \Rightarrow P(a, a))$$

4. naloga (25 točk)

Dokažite, da za vsako množico A veljata naslednji enakosti.

a) (10 točk) $\bigcup \mathcal{P}(A) = A$

b) (15 točk) $\bigcup \bigcup (A \times A) = A$

Spomnimo: $A \times A = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in A\}$, kjer $(x, y) = \{\{x\}, \{x, y\}\}$.