

Logika in množice, 1. kolokvij

25. november 2021

1. naloga (25 točk)

Izjavni veznik V naj bo dan z naslednjo resničnostno tabelo.

p	q	r	$V(p, q, r)$
$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
$\top$	$\top$	$\perp$	$\perp$
$\top$	$\perp$	$\top$	$\perp$
$\top$	$\perp$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\top$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\top$	$\perp$	$\perp$
$\perp$	$\perp$	$\top$	$\top$
$\perp$	$\perp$	$\perp$	$\perp$

a) (15 točk) Izrazite veznik V z običajnimi vezniki $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$. Dobljeni izraz čim bolj poenostavite. Za polno število točk naj končna oblika vsebuje samo dve pojavitvi naštetih običajnih veznikov.

b) (10 točk) Utemeljite, da je $V(p, q, q) \Leftrightarrow q$.

2. naloga (25 točk)

Naj bo $\mathcal{T}$ množica točk v ravnini, $\mathcal{P}$ pa množica premic v ravnini. Za točko $x \in \mathcal{T}$ in premico $p \in \mathcal{P}$ naj $x \in p$ pomeni, da x leži na p . Za premici $p, q \in \mathcal{P}$ naj $p \parallel q$ pomeni, da sta vzporedni, $p \perp q$ pa, da sta pravokotni.

Z logično formulo zapišite naslednje izjave.

- (1) Vsaka premica je vzporedna sama sebi.
- (2) Če premici nista vzporedni, sta pravokotni.
- (3) Vsaki pravokotni premici se sekata v natanko eni točki.
- (4) Premici p in q imata skupno vzporednico.
- (5) Skozi vsako točko na premici p poteka pravokotnica na premico p .

3. naloga (25 točk)

Naj bosta A in B množici, P predikat na B in 1 standardni enojec. Dokazite:

$$(\exists f \in B^{A+1}. \top) \Rightarrow \left((\forall b \in B. P(b)) \Rightarrow \exists x \in B. P(x) \right).$$

4. naloga (25 točk)

Dokazite $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} (\{k \in \mathbb{N} \mid k \leq n\} \times \{j \in \mathbb{N} \mid j \geq n\}) \cong \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.