

Logika in množice: 2. izpit

15. februar 2012

Čas reševanja je 120 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

Za vsako od naslednjih izjav določite, ali je resnična ali neresnična (dokazi niso potrebni):

- a) $\forall x \in \mathbb{R}. x > 0 \Rightarrow x^2 > 0$
- b) $\exists x \in \mathbb{R}. x > 0 \Rightarrow x^2 > 0$
- c) $\forall x \in \mathbb{R}. x > 0 \wedge x^2 > 0$
- d) $\exists x \in \mathbb{R}. x > 0 \wedge x^2 > 0$
- e) $\forall x \in \mathbb{R}. x^2 > 0 \Rightarrow x > 0$
- f) $\exists x \in \mathbb{R}. x^2 > 0 \Rightarrow x > 0$
- g) $(\forall x \in \mathbb{R}. x > 0) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{R}. x^2 > 0)$
- h) $(\exists x \in \mathbb{R}. x > 0) \Rightarrow (\exists x \in \mathbb{R}. x^2 > 0)$

2. naloga (25 točk)

Na množici *neničelnih* realnih števil $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ definiramo relacijo $\sim$ s predpisom

$$x \sim y \iff x \cdot |y| = y \cdot |x|.$$

Ali je $\sim$ ekvivalenčna relacija? Če je, koliko ekvivalenčnih razredov ima?

3. naloga (25 točk)

Koliko je takih podmnožic S množice $\{1, 2, \dots, n\}$, ki zadoščajo pogoju: če S vsebuje sodo število, potem vsebuje tudi liho število?

4. naloga (25 točk)

Dani sta množici A in B ter preslikava $f : A \rightarrow B$. Poiščite tako preslikavo $G : \mathcal{P}(A) \rightarrow \mathcal{P}(B)$, da bo za vse $S \subseteq A$ in $T \subseteq B$ veljalo

$$f^*(T) \subseteq S \iff T \subseteq G(S).$$