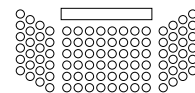


Logika in množice: 1. izpit

17. februar 2016

Čas reševanja je 120 minut. Vse odgovore morate utemeljiti. Veliko uspeha!

Ime in priimek



Sedež (2.01)

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Za vsakega od naslednjih sklepov ugotovite, ali je veljaven. Če je, ga dokažite s pravili sklepanja, sicer pa ga ovrzite s protiprimerom.

a) $p \vee q, p \Rightarrow r, q \Rightarrow s \models r \vee s$

b) $p \vee q, p \wedge q \Rightarrow r, q \Rightarrow s \models r \vee s$

2. naloga (25 točk)

Naj bosta $f, g: A \rightarrow A$ funkciji, pri čemer je f injektivna, g surjektivna in velja

$$f \circ g = f \circ g \circ f = g \circ f \circ g.$$

Dokažite, da je $f = g = \text{id}_A$.

3. naloga (25 točk)

Za množici A in B določite vse množice X , za katere velja:

$$X \cap A = X \cap B, \quad X \cup A \subseteq X \cup B.$$

4. naloga (25 točk)

Na množici naravnih števil definiramo relacijo R s predpisom

$$a R b \iff \exists m, n \in \mathbb{N} : ma = (2n - 1)b .$$

a) Dokažite, da je $R \cap R^{-1}$ ekvivalenčna relacija na $\mathbb{N}$, in poiščite njene ekvivalenčne razrede.

b) Na kvocientni množici $\mathbb{N}/(R \cap R^{-1})$ definiramo delacijo $\sqsubseteq$ s predpisom

$$[a] \sqsubseteq [b] \iff a R b .$$

Dokažite, da je $\sqsubseteq$ relacija delne urejenosti na $\mathbb{N}/(R \cap R^{-1})$, in skicirajte njen Hassejev diagram.