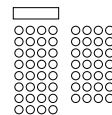


Logika in množice: 2. izpit

30. maj 2016

Čas reševanja je 120 minut. Vse odgovore morate utemeljiti. Veliko uspeha!

Ime in priimek _____



Sedež (P02)

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Ugotovite, katere od naslednjih izjav so resnične v množici realnih števil. Odgovorov ne utemeljajte.

a) $\forall x : \forall y : \forall z : (x = y \cdot z)$

b) $\forall x : \forall y : \exists z : (x = y \cdot z)$

c) $\forall x : \exists y : \forall z : (x = y \cdot z)$

d) $\forall x : \exists y : \exists z : (x = y \cdot z)$

e) $\exists x : \forall y : \forall z : (x = y \cdot z)$

f) $\exists x : \forall y : \exists z : (x = y \cdot z)$

g) $\exists x : \exists y : \forall z : (x = y \cdot z)$

h) $\exists x : \exists y : \exists z : (x = y \cdot z)$

2. naloga (25 točk)

Za $n \geq 2$ definiramo n -mestni logični veznik $I(p_1, p_2, \dots, p_n)$ kot

$$I(p_1, p_2, \dots, p_n) = (p_1 \Rightarrow p_2) \wedge (p_2 \Rightarrow p_3) \wedge \dots \wedge (p_{n-1} \Rightarrow p_n).$$

a) Ali je nabor $\{I, \neg\}$ poln?

b) Ali je nabor $\{I\}$ poln?

c) Ali je nabor $\{I, \wedge\}$ poln?

3. naloga (25 točk)

Definirajmo množico $\mathcal{P} \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ kot množico vseh parov *praštevil* (p, q) , za katere velja $p < q$. Na množici $\mathcal{P}$ definirajmo relacijo $\leq$ s predpisom

$$(p_1, q_1) \leq (p_2, q_2) \iff p_1 q_1 \leq p_2 q_2.$$

Dokažite, da je $\leq$ delna urejenost.

4. naloga (25 točk)

Dokažite, da so za funkcijo $f : A \rightarrow B$ ekvivalentne trditve:

1. Funkcija f je injektivna.
2. Za vsaki podmnožici $X, Y \subseteq A$ velja $f[X \oplus Y] = f[X] \oplus f[Y]$.
3. Če za podmnožici $X, Y \subseteq A$ velja $f[X] \oplus f[Y] = \emptyset$, potem je $X \oplus Y = \emptyset$.