

Logika in množice: 3. izpit

12. september 2016

Čas reševanja je 120 minut. Vse odgovore morate utemeljiti. Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

Na množici $\{1, 2, 3, 4\} \times \{1, 2, 3, 4\}$ definiramo ekvivalenčno relacijo $\sim$ s predpisom:

$$(x, m) \sim (y, n) \iff x^n = y^m$$

Naštejte ekvivalenčne razrede relacije $\sim$.

2. naloga (25 točk)

Za vsakega od naslednjih sklepov ugotovite, ali je veljaven. Če je, ga dokažite s pravili sklepanja, sicer pa ga ovrzite s protiprimerom.

a) $p \vee q, r \wedge \neg q, r \Rightarrow (p \Rightarrow (s \Rightarrow q)) \models \neg s$

b) $\models \neg(p \Rightarrow (q \Rightarrow \neg(p \wedge q)))$

3. naloga

a) Na množici $\mathbb{N}$ definiramo relacijo $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ s predpisom

$$m R n \iff m \leq n^2.$$

Ali je R funkcija?

b) Na množici $\mathbb{N}$ definiramo relacijo $Q \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ s predpisom

$$m Q n \iff \neg(m R n) \wedge m R (n + 1).$$

Ali je Q funkcija?

4. naloga (25 točk)

Dani sta množici X in Y ter preslikava $f : X \rightarrow Y$. Dokažite, da za vse $A \subseteq X$ in $B \subseteq Y$ velja

$$f[A] \subseteq B \iff A \subseteq f^{-1}[B]$$