



--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

NAVODILA

- Testa ni dovoljeno odpirati, dokler vam asistent ne reče, da smete začeti.
- Ko dobite test, vpišite svoje ime, priimek in vpisno številko. Uporabljajte velike tiskane črke. Desno zgoraj je shema predavalnice, v kateri ste — pobarvajte krog, ki označuje mesto, kjer sedite.
- Pripravite veljaven osebni dokument s sliko in študentsko izkaznico, da ju bo asistent lahko pregledal.
- Dovoljeni pripomočki: pisalo, brisalo, šest A4 listov s poljubno vsebino.
- Popolnoma izklopite mobilne telefone in druge elektronske naprave. Če vam med testom zazvoni telefon, se to šteje kot prepisovanje.
- Rešitve pišite neposredno na test. Če vam zmanjka prostora, pišite še na hrbtno stran testa. Če tudi to ni dovolj, prosite asistenta za dodaten papir.
- Čas pisanja je 120 minut. Če končate predčasno, lahko tudi prej odidete, ampak test morate obvezno oddati.
- Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

1. naloga (35 točk)

Naj bo dan štirimestni izjavni veznik

$$J(p, q, r, s) = (p \Rightarrow q) \vee (r \wedge s)$$

- a) (8 točk) Sestavite resničnostno tabelo veznika J .
- b) (6 točk) Zapišite konjunktivno normalno obliko veznika J .
- c) (12 točk) Ali je nabor $\{J\}$ poln? Kaj pa $\{J, \neg\}$? Odgovor utemeljite.
- d) (9 točk) Dokažite naslednji sklep.

$$J(p, q, q, q), \neg q, p \vee r \models r$$

(nadaljevanje rešitve 1. naloge)

2. naloga (25 točk)

Naj bo $\mathcal{K}$ množica krajev in $\mathcal{L}$ množica ljudi. Predikat $\odot(k)$ naj pomeni, da na kraju $k \in \mathcal{K}$ sije sonce. Predikat $o \boxtimes k$ naj pomeni, da je oseba $o \in \mathcal{L}$ na kraju $k \in \mathcal{K}$. Predikat $\approx(o)$ naj pomeni, da se oseba $o \in \mathcal{L}$ kopa.

a) (10 točk) Simboliziraj naslednjo izjavo:

Kjer sije sonce, je vsaj ena oseba.

b) (10 točk) Z besedami razloži pomen naslednje izjave:

$$\odot(\text{Piran}) \implies \exists o \in \mathcal{L}: (o \boxtimes \text{Piran} \wedge \approx(o))$$

c) (5 točk) Naslednjo izjavo zapiši v preneksni obliki:

$$(\exists o \in \mathcal{L}: \approx(o)) \implies (\forall o \in \mathcal{L}: o \boxtimes k).$$

(nadaljevanje rešitve 2. naloge)

3. naloga (15 točk)

Za poljubni podmnožici $A, B \in \mathcal{P}(\mathbb{R})$ definiramo relacijo $\preceq$ na sledeči način:

$$A \preceq B \iff \exists a, b \in \mathbb{R}: A \subseteq [a, b] \subseteq B.$$

a) (6 točk) Označite vse tiste lastnosti, ki jih ima relacija $\preceq$. Odgovorov ni treba utemeljiti.

refleksivnost: DA NE

irefleksivnost: DA NE

simetričnost: DA NE

antisimetričnost: DA NE

asimetričnost: DA NE

tranzitivnost: DA NE

b) (9 točk) Naj bo A poljubna podmnožica $\mathbb{R}$. Določite najmanjšo množico $X \subseteq \mathbb{R}$, za katero velja $A \preceq X$. Če ne znate tega narediti za splošen A , lahko za delne točke rešite to podnalogo za $A = \{0\} \cup (1, 2)$.

(nadaljevanje rešitve 3. naloge)

4. naloga (25 točk)

Za poljubna para $(a, b), (c, d) \in \mathbb{R}^2$ definiramo relacijo $\sim$ na sledeči način:

$$(a, b) \sim (c, d) \iff (a = c \wedge b = d) \vee (a = d \wedge b = c).$$

a) (9 točk) Dokaži, da je $\sim$ ekvivalenčna relacija na $\mathbb{R}^2$.

b) (16 točk) Naj bo $P = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid b \geq 0\}$ zaprta zgornja polravnina. Dokaži, da je preslikava $f: P \rightarrow \mathbb{R}^2/\sim$, podana kot

$$f(a, b) = [(a, a + b)],$$

bijekcija.

(nadaljevanje rešitve 4. naloge)

(dodatna stran za morebitne nadaljnje rešitve — navedite, kateri nalogi pripadajo!)