

1. naloga (25 točk)

Dani sta preslikavi $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ter naslednje formule in trditve:

- | | |
|---|--|
| 1) $\exists x \in \mathbb{R}. g(f(x)) = x$ | a) f in g sta enaki |
| 2) $\forall x \in \mathbb{R}. g(f(x)) = x$ | b) f in g sta enaki konstantni funkciji |
| 3) $\exists x \in \mathbb{R}. f(x) = g(x)$ | c) g je retrakcija in f je prerez |
| 4) $\forall x \in \mathbb{R}. f(x) = g(x)$ | č) g je inverz f |
| 5) $\forall x, y \in \mathbb{R}. f(x) = g(y)$ | d) grafa f in g se sekata |
| 6) $\exists x, y \in \mathbb{R}. f(x) = g(y)$ | e) zalogi vrednosti f in g se sekata |
| | f) $g \circ f$ ima negibno točko |
| | g) x je negibna točka funkcije $g \circ f$ |

Vsaki formuli pripišite črko ob pripadajočem pomenu. Pozor, več formul ima lahko isti pomen in ni nujno, da vsak pomen pripada kaki formuli. Odgovorov ni treba utemeljevati.

- 1) 2) 3) 4) 5) 6)

2. naloga (25 točk)

Dokažite izjavo

$$(\exists a \in X. P(a)) \wedge \neg(\exists b \in X. Q(b)) \Rightarrow \neg(\forall c \in X. P(c) \Rightarrow Q(c)).$$

3. naloga (25 točk)

Za množici A in B definiramo preslikavo

$$* : B^A \rightarrow \mathcal{P}(A)^{\mathcal{P}(B)},$$

ki preslika $f \in B^A$ v inverzno sliko $f^* \in \mathcal{P}(A)^{\mathcal{P}(B)}$, definirano s predpisom

$$f^*(S) = \{x \in A \mid f(x) \in S\}.$$

a) (10 točk) Dokažite, da je preslikava $*$ injektivna.

b) (15 točk) Dokažite, da je preslikava $*$ surjektivna natanko tedaj, ko je A prazna množica.

4. naloga (25 točk)

Naj bo $R \subseteq A \times A$ dobro osnovana relacija in R^+ njena tranzitivna ovojnica.

a) (10 točk) Naj bo $S := \{x \in A \mid \neg(xR^+x)\}$. Pokažite, da je S progresivna množica za dobro osnovanost R .

b) (5 točk) Dokažite, da je R^+ stroga urejenost.

c) (10 točk) Dokažite, da je R^+ dobro osnovana.