

Logika in množice, 3. izpit

31. avgust 2018

1. naloga (25 točk)

Naj bo $V(p, q, r)$ naslednji logični izraz:

$$((p \Leftrightarrow q) \vee r) \wedge (\neg r \vee (p \vee q)).$$

a) (5 točk) Čimbolj poenostavite izraz $V(p, q, r)$. Za polno število točk naj končni izraz vsebuje samo dva veznika.

b) (16 točk) Zapišite resničnostno tabelo za izraz $V(p, q, r)$.

p	q	r	
$\top$	$\top$	$\top$	
$\top$	$\top$	$\perp$	
$\top$	$\perp$	$\top$	
$\top$	$\perp$	$\perp$	
$\perp$	$\top$	$\top$	
$\perp$	$\top$	$\perp$	
$\perp$	$\perp$	$\top$	
$\perp$	$\perp$	$\perp$	

c) (4 točke) Zapišite disjunktivno normalno obliko za izraz $V(p, q, r)$.

2. naloga (25 točk)

Dokažite izjavo

$$\neg(\exists a \in X. P(a) \Rightarrow Q(a)) \Rightarrow \forall b \in X. P(b) \vee Q(b).$$

3. naloga (25 točk)

Dokažite, da velja $|\mathbb{R}^{\mathbb{N}}| < |\mathbb{N}^{\mathbb{R}}|$.

4. naloga (25 točk)

Naj bosta A in B množici. Definirajmo preslikavo $e: A \rightarrow B^{B^A}$ s predpisom

$$e(x) := (f \mapsto f(x)).$$

- a) (10 točk)** Navedite tak primer množic A in B , da je e bijektivna preslikava.
- b) (15 točk)** Dokažite, da je e injektivna natanko tedaj, ko velja: če ima A vsaj dva elementa, potem ima B vsaj dva elementa.