

1. naloga (25 točk)

Definirajmo $V(p, q, r) := r \wedge \neg(p \vee q) \Leftrightarrow p \wedge q$.

a) (10 točk) Zapišite resničnostno tabelo za izraz $V(p, q, r)$.

p	q	r	
$\top$	$\top$	$\top$	
$\top$	$\top$	$\perp$	
$\top$	$\perp$	$\top$	
$\top$	$\perp$	$\perp$	
$\perp$	$\top$	$\top$	
$\perp$	$\top$	$\perp$	
$\perp$	$\perp$	$\top$	
$\perp$	$\perp$	$\perp$	

b) (5 točk) Zapišite disjunktivno normalno obliko za V .

c) (10 točk) Naj bosta u in v izjavna simbola. Ali je $V(u, v, u \vee v)$ tautologija?

2. naloga (25 točk)

Dana naj bo preslikava

$$f: \mathcal{P}([0, 1]) \rightarrow [0, 1], \\ S \mapsto \sup S.$$

a) (5 točk) Ugotovite, ali je preslikava f injektivna. Odgovor utemeljite.

b) (5 točk) Zapišite prasluko $f^*(\{0\})$. Odgovora ni potrebno utemeljiti.

c) (5 točk) Zapišite sliko $f_*(\{S \in \mathcal{P}([0, 1]) \mid \forall a \in S. a < \frac{1}{2}\})$. Odgovora ni potrebno utemeljiti.

d) (10 točk) Podajte kakšen prerez preslikave f . Dokažite, da gre za prerez.

3. naloga (25 točk)

Vložitev je taka preslikava $f: P \rightarrow Q$ med delnima urejenostma $(P, \leq_P)$ in $(Q, \leq_Q)$, za katero velja

$$\forall a, b \in P. a \leq_P b \Leftrightarrow f(a) \leq_Q f(b).$$

Množice

$$\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\},$$

$$\mathbb{Z}^+ = \{k \in \mathbb{Z} \mid k > 0\},$$

$$\mathbb{R}^- = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\},$$

$$\mathbb{Z}^- = \{k \in \mathbb{Z} \mid k < 0\},$$

uredimo z običajno relacijo $\leq$.

a) Ali obstaja vložitev $\mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R}^+$?

b) Ali obstaja vložitev $\mathbb{Z}^- \rightarrow \mathbb{Z}^+$?

Odgovora utemeljite!

4. naloga (25 točk)

Naj $\mathcal{E}$ označuje množico vseh ekvivalenčnih relacij na $\mathbb{N}$. Dokažite, da obstaja izomorfizem $\mathcal{E} \cong \mathcal{P}(\mathbb{N})$.