

Logika in množice, 1. kolokvij

14. december 2016

1. naloga

Definirajmo 4-mestni izjavni veznik $\Delta(p, q, r, s) = (p \oplus s) \vee q \Rightarrow (p \wedge r)$.

- a) Sestavi resničnostno tabelo veznika Δ .
- b) Ali je nabor $\{\Delta\}$ poln? Kaj pa nabor $\{\Delta, \neg\}$?
- c) Ali je naslednji sklep veljaven? Dokaži ga ali podaj protiprimer.

$$\neg p, \Delta(p, q, r, s) \models s$$

- d) Ali je naslednji sklep veljaven? Dokaži ga ali podaj protiprimer.

$$\neg(s \wedge q \wedge r), \neg q \Rightarrow \neg s, s \models \Delta(p, q, r, s)$$

2. naloga

Naj bo $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ množica naravnih števil in $|$ relacija deljivosti. Na $\mathbb{N}$ opazujmo predikat

$$P(x) := (x > 1) \wedge \forall y: (y \mid x \implies (y = 1 \vee y = x)).$$

- a) Razloži pomen predikata P .
- b) Simboliziraj naslednjo izjavo:
Število x je tuje številu y .
- c) Simboliziraj naslednjo izjavo:

Za vsa tuja števila a, d najdemo v aritmetičnem zaporedju $a, a + d, a + 2d, \dots$ vsaj kakšno praštevilo.

3. naloga

Naj bosta A in B dani množici. Poišči vse množice X , ki zadoščajo sledečemu sistemu enačb.

$$\begin{aligned} X \cup (A \cap B) &= A \\ B \setminus X &= B \setminus A \end{aligned}$$

4. naloga

Naj $n \bmod 2$ označuje ostanek pri deljenju števila n z 2. Za poljuben $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ definiramo izjavni veznik

$$P_n(p) := \underbrace{(\dots ((p \oplus p) \oplus p) \oplus \dots)}_{n \oplus \text{ov}} \oplus p$$

(torej $P_0(p) = p$, $P_1(p) = p \oplus p$, $P_2(p) = (p \oplus p) \oplus p$ itd.).

- a) Dokaži, da za vsak n velja $P_n(0) = 0$.
- b) Dokaži, da za vsak n velja $P_n(1) = (n + 1) \bmod 2$.
- c) Dokaži, da velja $\{P_n(n \bmod 2) \mid n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\} = \{0\}$.