

Logika in množice, 2. kolokvij

16. januar 2020

1. naloga (25 točk)

Na množici $A = \{a, b, c, d, e\}$ je dana relacija

$$R = \{(a, b), (a, d), (b, d), (c, d)\}.$$

a) (4 točke) Narišite sliko relacije R kot usmerjeni graf.

b) (16 točk) Katere lastnosti ima R ? Odgovorov ni treba utemeljiti.

refleksivna:	DA	NE	irefleksivna:	DA	NE
tranzitivna:	DA	NE	asimetrična:	DA	NE
simetrična:	DA	NE	strogo sovisna:	DA	NE
antisimetrična:	DA	NE	sovisna:	DA	NE

c) (5 točk) Naštejte vse pare iz $A \times A$, ki so v relaciji $R \circ R$.

2. naloga (25 točk)

Na ravnini $\mathbb{R}^2$ je dana ekvivalenčna relacija $\sim$, za katero vemo naslednje: če je razdalja med točkama P in Q enaka 1, potem je $P \sim Q$.

a) (5 točk) Ali velja $(0, 0) \sim (2, 3)$?

b) (10 točk) Ali velja $(3, 0) \sim (\pi, 0)$?

c) (10 točk) Koliko ekvivalenčnih razredov ima $\sim$?

3. naloga (25 točk)

Dani sta delni urejenosti $(P, \leq_P)$ in $(Q, \leq_Q)$. Naj bo

$$M = \{f : P \rightarrow Q \mid \forall u, v \in P. (u \leq_P v \Rightarrow f(u) \leq_Q f(v))\}$$

množica vseh monotonih preslikav iz P v Q . Na M definiramo relacijo $\preceq$ s predpisom

$$f \preceq g \iff \forall x, y \in P. (x \leq_P y \Rightarrow f(x) \leq_Q g(y)).$$

Dokažite, da je $\preceq$ delna ureditev.

4. naloga (25 točk)

a) (15 točk) Podajte primer števno neskončne množice I in družine $A : I \rightarrow \text{Set}$, da velja $|A_i \cap A_j| = 1$ za vsaka dva različna indeksa $i, j \in I$ ter $A_i \cap A_j \cap A_k = \emptyset$ za vsake tri različne indekse $i, j, k \in I$.

b) (10 točk) Podajte primer števno neskončne množice J in družine $B : J \rightarrow \text{Set}$, da velja $|B_i \cap B_j| = 2020$ za vsaka dva različna indeksa $i, j \in J$ ter $B_i \cap B_j \cap B_k = \emptyset$ za vsake tri različne indekse $i, j, k \in J$. Pri tem smete uporabiti družino A iz prvega dela naloge, tudi če ga niste rešili.