

Logika in množice: 5. poskusni izpit

Čas reševanja je 120 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

1. naloga

Množico $S = \{0, 1, 2\} \times \{0, 1, 2\}$ delno uredimo z relacijo $\preceq$, ki je definirana s predpisom

$$(a, b) \preceq (c, d) \iff a \leq c \wedge d \leq b.$$

Narišite *velik in lep* Hassejev diagram za $(S, \preceq)$.

2. naloga

a) Na množici $\mathbb{N}$ definiramo relacijo $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ s predpisom

$$m R n \iff m \leq n^2.$$

Ali je R funkcijska relacija?

b) Na množici $\mathbb{N}$ definiramo relacijo $Q \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ s predpisom

$$m Q n \iff \neg(m R n) \wedge m R (n + 1).$$

Ali je Q funkcijska relacija?

3. naloga

Naj bo n naravno število in $S = \{1, 2, \dots, n\}$. Definiramo množici

$$A = \{T \subseteq S \mid |T| = 0 \vee |T| = 3\},$$

$$B = \{T \subseteq S \mid |T| = 1 \vee |T| = 2\}.$$

Povedano z besedami, A vsebuje tiste podmnožice S , ki imajo 0 ali 3 elemente, in B vsebuje tiste podmnožice S , ki imajo 1 ali 2 elementa.

a) Koliko elementov ima množica A ?

b) Koliko elementov ima množica B ?

c) Za katere vrednosti n imata A in B enako število elementov?

d) Za katere vrednosti n ima A manj elementov kot B ?

4. naloga

Množico $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ uredimo z relacijo $\sqsubset$, definirano s predpisom

$$f \sqsubset g \iff \exists n \in \mathbb{N}. f(n) < g(n) \wedge \forall k < n. f(k) = g(k).$$

Poiščite preslikavo $I : \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \rightarrow \mathbb{R}$, za katero velja $\forall f, g \in \mathbb{N}^{\mathbb{N}}. f \sqsubset g \iff I(f) < I(g)$.