

Četrty izpit iz Matematike 1 (UNI)

27. junij 2017

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

NAVODILA

- Testa ni dovoljeno odpirati, dokler vam asistent ne reče, da smete začeti.
- Ko dobite test, vpišite svoje ime, priimek in vpisno številko. Uporabljajte velike tiskane črke.
- Pripravite veljaven osebni dokument s sliko in študentsko izkaznico, da ju bo asistent lahko pregledal.
- Na testu smete uporabljati samo pisalo in brisalo. Uporaba drugih pripomočkov, vključno s kalkulatorjem in zapiski, ni dovoljena.
- Popolnoma izklopite mobilne telefone in druge elektronske naprave. Če vam med testom zazvoni telefon, se to šteje kot prepisovanje.
- Čas pisanja je 90 minut. Če končate predčasno, lahko tudi prej odidete, ampak test morate obvezno oddati.
- Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

1 Tabela osnovnih odvodov

$$(x^r)' = rx^{r-1} \quad \text{za } r \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$$(e^x)' = e^x \quad (2)$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad \text{za } a > 0 \quad (3)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (4)$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad \text{za } a > 0 \quad (5)$$

$$(\sin x)' = \cos x \quad (6)$$

$$(\cos x)' = -\sin x \quad (7)$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (8)$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} \quad (9)$$

2 Tabela osnovnih integralov

$$\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C \quad \text{za } r \neq -1 \quad (10)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C \quad (11)$$

$$\int e^x dx = e^x + C \quad (12)$$

$$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + C \quad (13)$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C \quad (14)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C \quad (15)$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C \quad (16)$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C \quad (17)$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C \quad (18)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C \quad (19)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} dx = \ln(x + \sqrt{x^2+a}) + C \quad (20)$$

1. naloga (25 točk)

Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt[3]{x+1}}.$$

- a) Določi definicijsko območje D_f funkcije f .
- b) Ali je funkcija f soda ali liha?
- c) Določi realno število a tako, da bo funkcija g s predpisom

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & : x \neq -1 \\ a & : x = -1 \end{cases}$$

zvezna v vseh točkah iz $\mathbb{R}$.

Rešitev:

- a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$
- b) f ni niti soda niti liha.
- c) $a = 3$

2. naloga (25 točk)

Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2-3}.$$

a) Poišči stacionarne točke in lokalne ekstreme funkcije f .

b) S pomočjo linearne približka poišči približno vrednost funkcije f v točki 1.99.

Rešitev:

a) Stacionarni točki sta $x = 0$ in $x = 3$. Prva je lokalni minimum, druga pa lokalni maksimum.

b) -0.01

3. naloga (25 točk)

Dani sta funkciji f in g s predpisoma $f(x) = e^x$ in $g(x) = e^{-x}$.

a) Izračunaj ploščino omejenega lika, ki ga omejujejo grafa funkcij f in g ter premica $x = 3$.

b) Izračunaj prostornino vrtenine, ki jo dobimo, če graf funkcije f nad intervalom $[0, 3]$ zarotiramo okoli x osi.

Rešitev:

a) $-2 + \frac{1}{e^3} + e^3$

b) $\frac{(e^6 - 1)\pi}{2}$

4. naloga (25 točk)

Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$y' - \frac{y}{2x} = \frac{x}{2y},$$

ki zadošča pogoju $y(1) = 1$.

Rešitev: $y = x$