

Šesti izpit iz Matematike 1 (UNI)

12. september 2017

Ime in priimek _____

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

NAVODILA

- Testa ni dovoljeno odpirati, dokler vam asistent ne reče, da smete začeti.
- Ko dobite test, vpišite svoje ime, priimek in vpisno številko. Uporabljajte velike tiskane črke.
- Pripravite veljaven osebni dokument s sliko in študentsko izkaznico, da ju bo asistent lahko pregledal.
- Na testu smete uporabljati samo pisalo in brisalo. Uporaba drugih pripomočkov, vključno s kalkulatorjem in zapiski, ni dovoljena.
- Popolnoma izklopite mobilne telefone in druge elektronske naprave. Če vam med testom zazvoni telefon, se to šteje kot prepisovanje.
- Čas pisanja je 90 minut. Če končate predčasno, lahko tudi prej odidete, ampak test morate obvezno oddati.
- Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

1 Tabela osnovnih odvodov

$$(x^r)' = rx^{r-1} \quad \text{za } r \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$$(e^x)' = e^x \quad (2)$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad \text{za } a > 0 \quad (3)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (4)$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad \text{za } a > 0 \quad (5)$$

$$(\sin x)' = \cos x \quad (6)$$

$$(\cos x)' = -\sin x \quad (7)$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (8)$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} \quad (9)$$

2 Tabela osnovnih integralov

$$\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C \quad \text{za } r \neq -1 \quad (10)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C \quad (11)$$

$$\int e^x dx = e^x + C \quad (12)$$

$$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + C \quad (13)$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C \quad (14)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C \quad (15)$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C \quad (16)$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C \quad (17)$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C \quad (18)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C \quad (19)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} dx = \ln(x + \sqrt{x^2+a}) + C \quad (20)$$

1. naloga (25 točk)

Dani sta funkciji f in g s predpisoma

$$f(x) = \frac{\sin(2017x)}{x} \quad \text{in} \quad g(x) = \frac{2017 - x^2}{1 + x^2}.$$

- a) Določi definicijski območji funkcij f in g .
- b) Ali je funkcija f soda ali liha?
- c) Ali je funkcija g soda ali liha?
- d) Dana je funkcija h predpisom

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & : x < 0 \\ g(x) & : x \geq 0 \end{cases}.$$

Ali je funkcija h zvezna v vseh točkah iz $\mathbb{R}$?

Rešitev:

- a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $D_g = \mathbb{R}$
- b) f je soda.
- c) g je soda.
- d) Da.

2. naloga (25 točk)

Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x) = (x^2 - 8) e^x.$$

a) Poišči stacionarne točke in lokalne ekstreme funkcije f .

b) S pomočjo linearne približka poišči približno vrednost funkcije f v točki -0.01 .

Rešitev:

a) Stacionarni točki sta -4 in 2 . Prva je lokalni maksimum, druga pa lokalni minimum.

b) -7.92

3. naloga (25 točk)

Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = 1 - \frac{2}{x}$.

a) Izračunaj ploščino omejenega lika, ki ga omejujejo graf funkcije f in premice $y = x$, $x = 1$ ter $x = 3$.

b) Izračunaj prostornino vrtenine, ki jo dobimo, če graf funkcije f nad intervalom $[1, 3]$ zarotiramo okoli x osi.

Rešitev:

a) $2 + 2 \ln 3$

b) $\pi \left(\frac{14}{3} - 4 \ln 3 \right)$

4. naloga (25 točk)

Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y' + 2xy = -2x\sqrt{y}.$$

Rešitev: $y = \left(Ce^{-\frac{x^2}{2}} - 1 \right)^2$