

Prvi kolokvij iz Matematike 1

16. november 2016

Čas pisanja je 90 minut. Možno je doseči 40 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (10 točk)

S pomočjo indukcije dokaži, da za vsako naravno število n velja

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$

2. naloga (10 točk)

Poišči vsa realna števila x , ki zadoščajo neenačbi

$$|x + 3| - 2 \leq |x - 1|.$$

Rešitev: $x \leq 0$

3. naloga (10 točk)

V kompleksni ravnini nariši množico točk, ki zadoščajo neenačbi

$$|z + i| + |z - i| \leq 4.$$

Rešitev: Območje znotraj elipse $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$.

4. naloga (10 točk)

Naj bo $\alpha = \frac{7-i}{-3+4i}$ in $\beta = \overline{\alpha}$.

- a) (3 točke) Izračunaj realno in imaginarno komponento kompleksnega števila β .
- b) (3 točke) Zapiši β v polarnem zapisu.
- c) (2 točki) Pokaži, da je $\beta^4 = -4$.
- d) (2 točki) Izračunaj vse četrte korene kompleksnega števila β^4 .

Rešitev:

- a) $\Re\beta = -1, \Im\beta = 1$
- b) $\beta = \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$
- c) $\beta^4 = \sqrt{2}^4 (\cos 3\pi + i \sin 3\pi) = -4$
- d) $\left\{ \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \right) \right) ; k = 0, 1, 2, 3 \right\}$