

Prvi kolokvij iz Matematike 1

24. november 2017

Čas pisanja je 90 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek _____

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

NAVODILA

- Testa **ni dovoljeno odpirati**, dokler vam asistent ne reče, da smete začeti.
- Ko dobite test, vpišite svoje ime, priimek in vpisno številko. Uporabljajte velike tiskane črke.
- Pripravite veljaven **osebni dokument s sliko** in študentsko izkaznico, da ju bo asistent lahko pregledal.
- Na testu smete uporabljati samo pisalo in brisalo. Uporaba drugih pripomočkov, vključno s kalkulatorjem in zapiski, ni dovoljena.
- **Popolnoma izklopite mobilne telefone** in druge elektronske naprave. Če vam med testom zazvoni telefon, se to šteje kot prepisovanje.
- Čas pisanja je 90 minut. Če končate predčasno, lahko tudi prej odidete, ampak **test morate obvezno oddati**.
- Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

1. naloga (25 točk)

Naj bo $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. S pomočjo matematične indukcije dokaži, da za vsako naravno število n velja

$$1 + x + \dots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}.$$

2. naloga (25 točk)

Poišči vsa realna števila x , ki rešijo neenačbo

$$x + 1 \geq ||2x - 3| - 1|$$

Rešitev: $x \in \left[\frac{1}{3}, 5\right]$

3. naloga (25 točk)

a) V kompleksni ravnini nariši množico

$$A = \{z \in \mathbb{C} : |z + 2i| = |z + 2|\}$$

b) Poišči tiste tretje korene kompleksnega števila $\frac{(1+i)^2}{1-i}$, ki ležijo v množici A .

Rešitev:

1. Premica $y = x$.
2. $2^{-\frac{1}{3}}(1 + i)$

4. naloga (25 točk)

Dani sta funkciji f in g s predpisoma

$$f(x) = x^4 - 1, \quad g(x) = -x^3 + 2x^2 + 4x - 8$$

a) Nariši grafa funkcij f in g .

b) Nariši graf funkcije $\frac{f}{g}$.

Rešitev:

- a)
- f ima enojni ničli 1 in -1 ter začetno vrednost -1
 - g ima enojno ničlo -2 in dvojno 2 ter začetno vrednost -8
- b) $\frac{f}{g}$ ima enojno ničlo -1 in 1, dvojni pol 2, enojni pol -2 , asimptoto $y = -x - 2$ ter začetno vrednost $\frac{1}{8}$. Graf seka asimptoto pri $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{17}{8}}$.