

Šesti izpit iz Matematike 2 (GIK, NTO)

12. september 2017

Ime in priimek _____

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

NAVODILA

- Testa ni dovoljeno odpirati, dokler vam asistent ne reče, da smete začeti.
- Ko dobite test, vpišite svoje ime, priimek in vpisno številko. Uporabljajte velike tiskane črke.
- Pripravite veljaven osebni dokument s sliko in študentsko izkaznico, da ju bo asistent lahko pregledal.
- Na testu smete uporabljati samo pisalo in brisalo. Uporaba drugih pripomočkov, vključno s kalkulatorjem in zapiski, ni dovoljena.
- Popolnoma izklopite mobilne telefone in druge elektronske naprave. Če vam med testom zazvoni telefon, se to šteje kot prepisovanje.
- Čas pisanja je 90 minut. Če končate predčasno, lahko tudi prej odidete, ampak test morate obvezno oddati.
- Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

1 Tabela osnovnih odvodov

$$(x^r)' = rx^{r-1} \quad \text{za } r \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$$(e^x)' = e^x \quad (2)$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad \text{za } a > 0 \quad (3)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (4)$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad \text{za } a > 0 \quad (5)$$

$$(\sin x)' = \cos x \quad (6)$$

$$(\cos x)' = -\sin x \quad (7)$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (8)$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} \quad (9)$$

2 Tabela osnovnih integralov

$$\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C \quad \text{za } r \neq -1 \quad (10)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C \quad (11)$$

$$\int e^x dx = e^x + C \quad (12)$$

$$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + C \quad (13)$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C \quad (14)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C \quad (15)$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C \quad (16)$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C \quad (17)$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C \quad (18)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C \quad (19)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} dx = \ln(x + \sqrt{x^2+a}) + C \quad (20)$$

1. naloga (25 točk)

Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x) = \sin x + \cos x.$$

- a) Poišči največjo in najmanjšo vrednost funkcije f na intervalu $[0, \pi]$.
- b) S pomočjo linearnega približka izračunaj približno vrednost funkcije f v točki $x = 0.01$.

Rešitev:

- a) Največja vrednost je $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$, najmanjša pa $f(\pi) = -1$.
- b) 1.01

2. naloga (25 točk)

Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$y'' + 2y' - 3y = xe^{-x},$$

ki zadošča pogojem $y(0) = 1$ in $y'(0) = 0$.

Rešitev: $y = \frac{3e^{-3x} + 13e^x}{16} - \frac{x}{4}e^{-x}$

3. naloga (25 točk)

Dana je funkcija f s predpisom

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x - y}.$$

- a) Določi enačbo tangentne ravnine na graf funkcije f v točki $(1, 0, f(1, 0))$.
- b) Izračunaj smerni odvod funkcije f v točki $(1, 0)$ v smeri simetrale drugega kvadranta.

Rešitev:

a) $z = x + y$

b) 0

4. naloga (25 točk)

Izračunaj maso in težišče plošče, ki ima obliko trikotnika z oglišči $(0, 0)$, $(2, 0)$ in $(0, 1)$, njena gostota je pa $\rho(x, y) = x + 1$.

Rešitev: $m = \frac{5}{3}$, $T\left(\frac{4}{5}, \frac{12}{5}\right)$