

Tretji kolokvij iz Matematike 2

16. december 2016

Čas pisanja je 90 minut. Možno je doseči 50 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek _____

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
Σ	

1. naloga (17 točk)

Izračunaj prostornino in površino plašča telesa, ki ga dobimo, če graf funkcije $f(x) = 2\sqrt{x}$ nad intervalom $[0, 1]$ zarotiramo okoli x osi.

Rešitev: $V = 2\pi$, $P = \frac{8\pi}{3} (2\sqrt{2} - 1)$

2. naloga (16 točk)

Dana je diferencialna enačba

$$y' = x^3 y^2. \quad (1)$$

a) (6 točk) Preveri, da funkcija $y = -\frac{4}{x^4}$ reši enačbo (1).

b) (10 točk) Poišči tisto rešitev enačbe (1), ki zadošča pogoju $y(0) = 1$.

Rešitev:

a) Obe strani enačbe sta enaki $16x^{-5}$.

b) $y = \frac{4}{4-x^4}$

3. naloga (17 točk)

Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$y' - y = 2x - 1,$$

ki zadošča pogoju $y(0) = 0$.

Rešitev: $y = 1 - 2x - e^x$

1 Tabela osnovnih odvodov

$$(x^r)' = rx^{r-1} \quad \text{za } r \in \mathbb{R} \quad (2)$$

$$(e^x)' = e^x \quad (3)$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad \text{za } a > 0 \quad (4)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (5)$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad \text{za } a > 0 \quad (6)$$

$$(\sin x)' = \cos x \quad (7)$$

$$(\cos x)' = -\sin x \quad (8)$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (9)$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2} \quad (10)$$

2 Tabela osnovnih integralov

$$\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C \quad \text{za } r \neq -1 \quad (11)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C \quad (12)$$

$$\int e^x dx = e^x + C \quad (13)$$

$$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + C \quad (14)$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C \quad (15)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C \quad (16)$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C \quad (17)$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C \quad (18)$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C \quad (19)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C \quad (20)$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a}} dx = \ln(x + \sqrt{x^2+a}) + C \quad (21)$$