

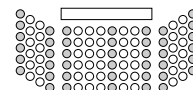
Analiza 1 : 2. kolokvij

14. 1. 2019

Čas pisanja je 115 minut. Možno je doseči 100 točk. Vse odgovore utemeljite.

Veliko uspeha!

Time allowed: 115 min. Total number of points: 100. All answers must be justified. Best of luck!



Sedež (2.01)

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

Ime in priimek

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Poišči vse pare nenegativnih števil, x, y , za katere velja $x^2 + y^2 = 4$, vsota $x^3 + y^3$ pa je največja ali najmanjša možna. Take vsote kubčnih potenc tudi izračunaj.

Find all pairs of nonnegative numbers x, y such that $x^2 + y^2 = 4$ and the sum of their cubes $x^3 + y^3$ is either the greatest or the smallest possible. Compute such sums of cubes.

2. naloga (25 točk)

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$$

a) (15) Izračunaj definicijsko območje, ničle, lokalne ekstreme, intervale padanja in naraščanja, prevoje, intervale konveksnosti in konkavnosti za f ter $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$. Nato čim natančneje nariši graf funkcije.

Compute the domain, zeroes, local extrema, intervals of increase and decrease, inflection points, intervals of convexity and concavity for f and $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$. Then draw the graph of f as precisely as possible.

b) (10) Izračunaj površino lika, ki ga omejujejo graf f , abscisna os in premica $x = 4$.

Compute the surface of the area bounded by the graph of f , the x -axis, and the $x = 4$ line.

3. naloga (25 točk)

Razvij $f(x) = x\sqrt{2-x}$ v Taylorjevo vrsto okoli $a = 1$. Pomagaj si z uvedbo nove spremenljivke $t := 1 - x$.

Compute the Taylor series for $f(x) = x\sqrt{2-x}$ about $a = 1$ by introducing a new variable $t := 1 - x$.

4. naloga (25 točk)

Naj bo $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna funkcija, za katero je $f(0) = f(2) = 0$. Dokaži, da obstajata $x_1, x_2 \in [0, 2]$, za katera velja $x_2 - x_1 = 1$ in $f(x_1) = f(x_2)$.

Namig : lahko si pomagata z $g(x) := f(1+x) - f(x)$.

Let $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$. Assume $f(0) = f(2) = 0$. Prove that there exist $x_1, x_2 \in [0, 2]$ such that $x_2 - x_1 = 1$ and $f(x_1) = f(x_2)$.

Hint : you might wish to consider $g(x) := f(1+x) - f(x)$.