

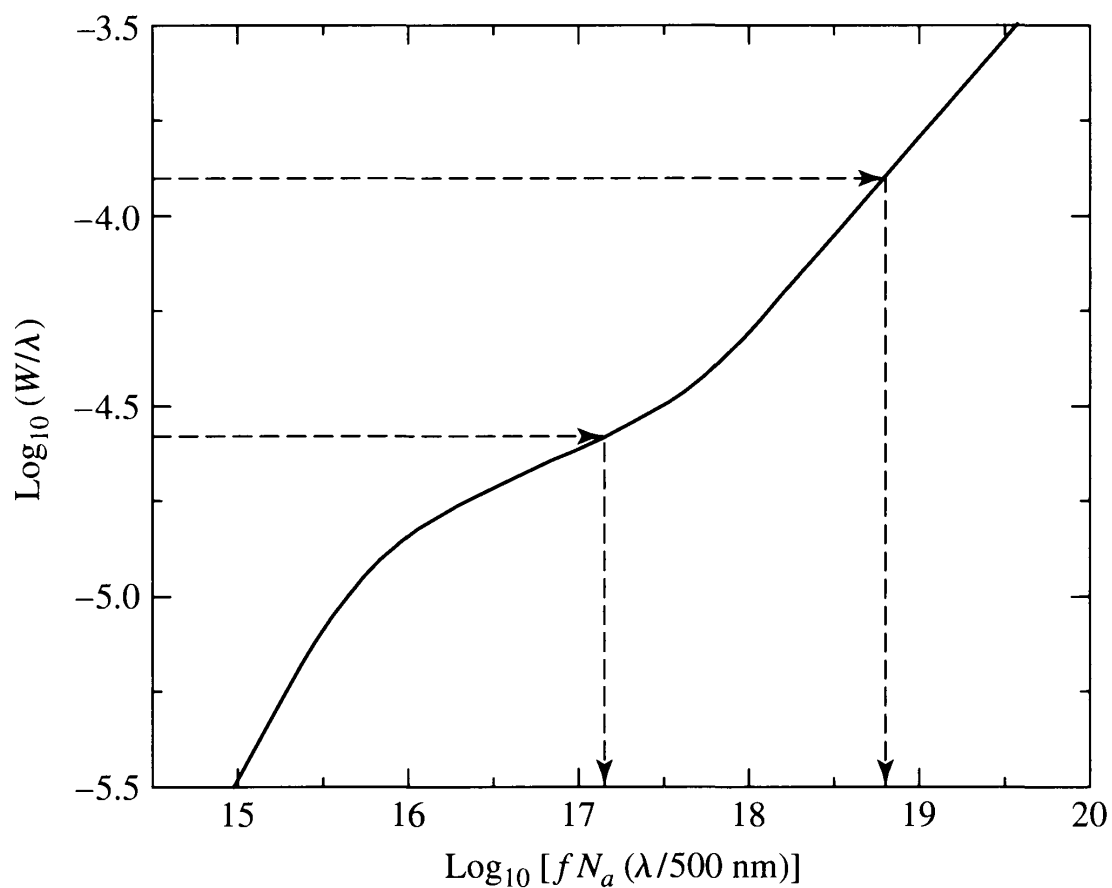
Pisni izpit
iz predmeta Teoretična astrofizika (primer vaj)

1. Obravnavamo dva različna politropna modela zvezd: prvi ima politropni indeks $n_1 = 1$, drugi pa $n_2 = 2$.
 - (a) Zvezdi naj imata maso M in radij R . Izračunaj razmerje centralnih temperatur T_c , ki ju dobimo pri opisu zvezd z zgornjima modeloma. Zvezdi naj sestavlja idealni plin.
 - (b) Zvezdi naj imata maso M in središčni tlak P_c . Katera zvezda je večja, če ju opišemo z zgornjima modeloma?

Podatki za prvo ničlo Lane-Emdenove enačbe in za odvod v prvi ničli za različne politropne modele najdeš v spodnji tabeli:

n	ξ_1	$-\xi_1^2(d\theta/d\xi) _{\xi=\xi_1}$
0	2,4494	4,8988
1	3,1416	3,1416
2	4,3529	2,411
3	6,8968	2,0182
4	14,9715	1,7072
5	∞	1,732

2. Vodikovi absorpcijski črti pri valovnih dolžinah $\lambda_1 = 1093,8$ nm in $\lambda_2 = 1004,9$ nm nastaneta pri pri prehodih Paschenove serije (iz $n = 3$). Za primer Sončeve fotosfere izračunaj s pomočjo podanih podatkov sledeče:
 - (a) uporabi podatke v tabeli in na grafu za izračun števila absorpcijskih atomov vodika N_a , ki so prisotni v fotosferi na kvadratni meter (atomi, ki imajo na začetku elektrone v $n = 3$). N_a je število nevtrálnih atomov, ki imajo en elektron v $n = 3$. Vrednosti, ki jih oceniš iz grafa, naj bodo jasno navedene.
 - (b) uporabi Boltzmannovo enačbo za izračun N_3/N_2 in N_2/N_1 , to je relativnega števila nevtrálnih atomov vodika v $n = 3$, $n = 2$ in $n = 1$ (v prejšnji točki izračunani N_a je enakovreden zapisu N_3). Uporabi podatke $E_1 = -13,6$ eV, $E_2 = -3,40$ eV in $E_3 = -1,51$ eV, $g_n = 2n^2$, $T = 5800$ K.
 - (c) uporabi Sahovo enačbo za izračun razmerja med ioniziranimi in nevtrálnimi atomi, N_{II}/N_I . Uporabi vrednosti $p_e = 1$ N/m², $Z_I = 2$; $Z_{II} = 1$ in $\chi_I = 13,6$ eV. Katerih je bistveno več (nevtrálnih ali ioniziranih)?
 - (d) izračunaj skupno število nevtrálnih atomov na m^2 .



Slika 1: krivulja rasti za Sončevo fotosfero (iz knjige B. Carrol, D. Ostlie, *An introduction to Modern Astrophysics*)

λ [nm]	W [nm]	f
1093,8	0,22	0,0554
1004,9	0,16	0,0269

Tabela 1: Tabela vrednosti za valovni dolžini vodika (Paschenova serija, Pa γ in Pa δ).

Uporabni podatki:

Boltzmannova enačba:

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{g_b}{g_a} \exp^{-(E_b - E_a)/kT}$$

Sahova enačba:

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{2kT Z_{i+1}}{p_e Z_i} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp^{-\chi_i/kT}$$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}$$

Pisni izpit
iz predmeta Teoretična astrofizika (drugi primer vaj)

1. Kakšna je radialna odvisnost temperature v atmosferi zvezde, kjer velja Kramer-
sov zakon $\kappa = \kappa_0 \rho T^{-7/2}$, če predpostavite, da se gostota atmosfere z radijem ne
spreminja?
2. Predpostavi, da nastanejo zvezde z začetno masno funkcijo $\frac{dN}{dm} \propto m^{-\alpha}$, kjer je $\alpha =$
2.35 in velja za zvezde med 0.5 in 150 Sončevih mas. Od njihove začetne mase m_i
bo odvisno njihovo končno stanje. Zvezde z začetnimi masami $m_i < 8M_\odot$ bodo
svoje življenje zaključile kot bele pritlikavke z maso $m_{\text{rem}} = 0.5M_\odot$, ostale pa kot
nevtronske zvezde in črne luknje.
 - (a) Kolikšen delež vseh zvezd bo življenje zaključilo v obliki belih pritlikavk ($N_{\text{wd}}/N_{\text{tot}}$)?
 - (b) Kolikšen delež mase belih pritlikavk (glede na skupno začetno maso belih pritli-
kavk) se bo po 10 milijardah let povrnil v medzvezdni prostor? *Namig: zvezda*
iz katere nastane bela pritlikavka odda ob koncu svoje življenjske dobe v okolico
 $m_i - m_{\text{rem}}$ plina. Izračunaj skupno oddano maso v navedenem številu let. Pri
tem upoštevaj, da je 10 milijard let življenjska doba zvezde ene Sončeve mase!