

Splošna topologija, 1. test

20. november 2018

1. naloga (5 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadrateg čitljivo označite, če je trditev pravilna **P** oziroma napačna **N**.

Če ne veste, pustite kvadrateg prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!

- ☐ Topologija na $\mathbb{Q}$, podedovana z evklidske premice $\mathbb{R}$, je diskretna.
- ☐ Intervala $(0, 1)$ in $[0, 1]$, opremljena z običajno evklidsko topologijo, sta homeomorfna.
- ☐ Za vsako topologijo obstaja kakšna podbaza, ki jo generira.
- ☐ Če je preslikava hkrati odprta in zaprta, je zvezna.
- ☐ Noben podprostor metrizabilnega prostora nima trivialne topologije.
- ☐ Topološki prostor je 2-števen, kadar je vsaka njegova baza števna.
- ☐ Produkt dveh Hausdorffovih prostorov je Hausdorffov.
- ☐ Močnejša kot je topologija na dani množici, več zaprtih podmnožic ima prostor.
- ☐ Evklidsko ravnino $\mathbb{R}^2$ je možno vložiti v sfero S^2 .
- ☐ Število 0 je limita zaporedja $a_n := 2^{-n}$ v $\mathbb{R}$, ne glede na izbiro topologije na $\mathbb{R}$.

2. naloga (5 točk)

Označimo množici

$$A := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z \cdot (x^2 + y^2) = 1\},$$
$$B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 < x^2 + y^2 < 4\}.$$

Množici A in B opremimo z običajno (evklidsko) topologijo. Pokažite, da sta dobljena prostora homeomorfna.

3. naloga (5 točk)

Za vsako podmnožico $A \subseteq \mathbb{N}$ označimo $B_A := \{S \subseteq \mathbb{N} \mid A \subseteq S\}$. Naj bo

$$\mathcal{B} := \{B_A \mid A \in \mathcal{P}(\mathbb{N})\}.$$

a) (2 točki) Preverite, da je $\mathcal{B}$ baza neke topologije na potenčni množici $\mathcal{P}(\mathbb{N})$.

b) (3 točke) Preverite, ali je topologija, porojena z $\mathcal{B}$, 1-števna, 2-števna oz. separabilna.