

Splošna topologija, 2. test

8. januar 2019

1. naloga (5 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadraterk čitljivo označite, če je trditev pravilna **P** oziroma napačna **N**.

Če ne veste, pustite kvadraterk prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!



Odprt podprostor lokalno kompaktnega prostora je lokalno kompakten.



Če je $f: X \rightarrow Y$ injektivna zvezna preslikava in je prostor Y normalen, je tudi prostor X normalen.



Lokalna povezanost je dedna lastnost.



Kompakten Hausdorffov prostor je lokalno kompakten in regularen.



Če je topološki prostor X nepovezan in je P ena njegovih povezanih komponent, tedaj P in $X \setminus P$ tvorita ločitev prostora X .



Če je topološki prostor nepovezan in so vse njegove komponente za povezanost odprte, tedaj je prostor Hausdorffov.



Vsak podprostor evklidskega prostora $\mathbb{R}^n$ je normalen.



Če je $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ zvezna surjekcija (kjer je $\mathbb{R}$ opremljen z evklidsko topologijo), tedaj X ni kompakten.



Naj bo τ Hausdorffova topologija na množici X in τ_{KK} topologija končnih komplementov na množici X . Tedaj $\tau_{KK} \subseteq \tau$.



Če topološki prostor zadošča lastnostma T_0 in T_3 , zadošča tudi lastnosti T_1 .

2. naloga (5 točk)

Množico

$$X = \{(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1] \mid \exists q \in \mathbb{Q}. y = q \cdot x\}$$

opremimo z običajno (evklidsko) topologijo.

a) (1 točka) Preverite, ali je prostor X povezan oz. povezan s potmi.

b) (2 točki) Preverite, ali je prostor X lokalno povezan oz. lokalno povezan s potmi.

c) (2 točki) Preverite, ali je prostor X kompakten oz. lokalno kompakten.

3. naloga (5 točk)

Naj bo (X, d) metrični prostor. Za $S \subseteq X$ in $r \in [0, \infty)$ definiramo r -odebelitev množice S kot

$$S_r := \{x \in X \mid \exists s \in S. d(s, x) \leq r\}.$$

Dokažite sledeče.

- a) (1 točka) Če je $U \subseteq X$ odprta podmnožica in $r \in [0, \infty)$, tedaj U_r ni nujno odprta.
- b) (2 točki) Če je $K \subseteq X$ kompaktna in $r \in [0, \infty)$, tedaj je K_r zaprta, ni pa nujno kompaktna.
- c) (2 točki) Če je X lokalno kompakten in $K \subseteq X$ kompaktna, tedaj obstaja $r \in (0, \infty)$, da je K_r kompaktna.