

1. naloga (20 točk)

Za vsako od spodnjih trditev v pripadajoči kvadratega čitljivo označite, če je trditev pravilna **P** oziroma napačna **N**.

Če ne veste, pustite kvadratega prazen, ker se nepravilni odgovor šteje negativno!



Če je $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{P}(X)$ zaprta za vse unije in preseke, tedaj ni topologija na množici X .



Če je X opremljen s topologijo končnih komplementov, je vsaka konstantna preslikava $X \rightarrow X$ zaprta.



Za vsak topološki prostor X in $a \in X$ velja: konstantno zaporedje s členi a ima edino limito a .



Za vsak topološki prostor X in $S \subseteq X$ velja $\text{Cl}_X(S^c) \subseteq S^c$.



Vsak diskreten topološki prostor je T_4 .



Vsak trivialen topološki prostor je T_4 .



Za metrične prostore sta 1-števnost in separabilnost ekvivalentni.



Produkt dveh Hausdorffovih prostorov je Hausdorffov prostor.



Vsak neskončen topološki prostor ima kakšno zaporedje brez stekališča.



Preslikava $[0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $x \mapsto x^2$, je odprta.

(V zadnji trditvi je $[0, \infty)$ opremljen z evklidsko topologijo.)

2. naloga (30 točk)

Naj τ_E označuje evklidsko topologijo na $\mathbb{R}$ in naj bo

$$\tau := \{U \subseteq \mathbb{R} \mid U \in \tau_E \wedge 0 \in U\} \cup \{\emptyset\}.$$

a) (10 točk) Preverite, da τ topologija na množici $\mathbb{R}$.

b) (5 točk) Podajte zaprtje intervala $(0, 1)$ v prostoru $(\mathbb{R}, \tau)$.

c) (5 točk) Dokažite, da je prostor $(\mathbb{R}, \tau)$ 1-števen, 2-števen in separabilen.

d) (10 točk) Katerim izmed lastnosti T_0, T_1, T_2, T_3, T_4 zadošča prostor $(\mathbb{R}, \tau)$? Odgovore utemeljite.

3. naloga (25 točk)

Prostora

$$X := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z \geq 0 \wedge x^2 + y^2 < 1\},$$
$$Y := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z > 0 \wedge x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

opremimo z evklidsko topologijo. Dokažite, da sta X in Y homeomorfna.

4. naloga (25 točk)

Topološki prostor se imenuje **ničrazsežen**, kadar obstaja takšna njegova baza, da je vsaka bazna podmnožica hkrati odprta in zaprta.

Dokažite, da so za ničrazsežen prostor T_0, T_1, T_2 in regularnost ekvivalentne lastnosti.