

## UVODNE NALOGE DIRICHLETOV PRINCIP

1. Dokaži, da vsako celo število, ki se konča na 1, 3, 7 ali 9 deli neko število oblike  $\underbrace{11 \dots 1}_i$  za nek  $i \geq 1$ .

*Prove that every integer with the last digit 1, 3, 7 or 9 divides a number of the form  $\underbrace{11 \dots 1}_i$  for some  $i \geq 1$ .*

2. Naj bo  $N$  množica 9 naravnih števil, pri čemer nobeno od teh števil ni deljivo s praštevilom večjim od 6. Dokaži, da obstajata različna elementa  $m, n \in N$ , da je  $m \cdot n$  popoln kvadrat.

*Let  $N$  be a set of 9 positive integers, where none of them is divisible by a prime number greater than 6. Prove that there exists distinct elements  $m, n \in N$ , such that  $m \cdot n$  is a perfect square.*

## PREŠTEVANJA

3. Preštej, koliko je naslednjih objektov.

*Count the following objects.*

- (a) Podmnožice množice  $[10]$ , ki vsebujejo vsaj eno liho število.  
*Subsets of  $[10]$  which contain at least one odd number.*
- (b) Število načinov, da se 7 ljudi posede okoli okrogle mize. Načina sta enaka, če imajo vsi iste sosedbe.  
*Number of sittings of 7 people around a circular table, where two sittings are the same if each person has the same neighbors.*
- (c) Permutacije množice  $[6]$ , kjer se 1 ne slika v 2.  
*Permutations of  $[6]$ , where 1 does not map into 2.*
- (d) V sobi so 4 moški in 6 žensk. Vsak moški se poroči z eno izmed žensk. Koliko različnih poročnih parov lahko tvorimo?  
*There are 4 men and 6 women. Each man marries one of the females. In how many ways can we arrange these four couples?*
- (e) Izmed 10 ljudi tvorimo 5 parov.  
*We form 5 pairs out of 10 people.*
- (f) Na koliko načinov lahko premešamo črke iz besede MISSISSIPPI, da niso vsi štirje S-ji skupaj?  
*In how many ways can we permute the letters of the word MISSISSIPPI such that not all S's are consecutive?*
- (g) Na koliko načinov lahko 4 ničle in 8 enic razporedimo tako, da nobeni dve ničli nista sosednji?  
*In how many ways can we arrange 4 zeros and 8 ones such that no two zeros are consecutive?*
- (h) Na koliko načinov lahko razvrstimo števila 1, 2, 2, 3, 4, 5, 6, da zaporednji števili nista enaki?  
*In how many ways can we permute the numbers 1, 2, 2, 3, 4, 5, 6 such that no two consecutive numbers are the same?*
- (i) Imamo 20 zaposlenih, med njimi je 8 žensk. Izberemo jih 5, pri čemer niso vsi istega spola.  
*There are 20 employees, 8 of them are women. We choose 5 of them, where not all of them are of the same gender.*
- (j) Koliko je 5-mestnih naravnih števil, ki imajo tretjo števko enako 6 in so deljiva s 3?  
*Count 5-digit positive integers which are divisible by 3 and have the third digit equal to 6.*
- (k) Koliko je funkcij  $f: [5] \rightarrow [5]$ , da velja  $|f^{-1}(n)| \leq 2$  za vse  $n \in [5]$ .  
*Count mappings  $f: [5] \rightarrow [5]$  with the property  $|f^{-1}(n)| \leq 2$  for all  $n \in [5]$ .*

4. Imamo standardni paket 52 kart (13 različnih vrednosti, 4 različne barve). Izbireremo 5 kart; skratka, igramo poker. Kakšna je verjetnost, da dobimo:

*We have a standard deck of 52 cards (13 values, 4 colors). We choose 5 cards. What is the probability of getting:*

- (a) barvno lestvico/straight flush (this includes a royal flush)?
- (b) poker?